

В.С. СУЗДАЛЬ, д-р техн. наук, ст. науч. сотр., Інститут сцинтиляційних матеріалів НАН України, Харків,
Ю.М. ЕПИФАНОВ, д-р техн. наук, ст. науч. сотр., Інститут сцинтиляційних матеріалів НАН України, Харків,
И.И. ТАВРОВСКИЙ, канд. техн. наук, Інститут сцинтиляційних матеріалів НАН України, Харків

МАТРИЧНЫЕ НЕРАВЕНСТВА В СИНТЕЗЕ УПРАВЛЕНИЯ РОСТОВЫМИ УСТАНОВКАМИ

Рассмотрен синтез управления установкой для выращивания методом Бриджмена-Стокбаргера органических монокристаллов, позволяющий решить многоэтапную задачу адаптивной стабилизации скорости роста кристалла. Синтез управления системой проведен на основе решения матричных неравенств с таблично задаваемыми параметрами стабилизирующего регулятора для разных этапов выращивания монокристаллов. Ил.: 4. Библиогр.: 8 назв.

Ключевые слова: матричные неравенства; монокристалл; метод Бриджмена-Стокбаргера; система; синтез управления.

Постановка проблемы. В настоящее время в качестве сцинтилляторов в науке и технике получили широкое распространение органические монокристаллы. Органические кристаллы (ОМК) обладают наилучшими характеристиками для решения задач спектрометрии короткопробежных заряженных частиц и быстрых нейтронов. Наиболее известны органические кристаллы стильбена и паратерфенила. Последний кристалл, является наиболее эффективным органическим сцинтиллятором с наилучшими механическими характеристиками.

ОМК выращиваются методом Бриджмена-Стокбаргера в ростовых ампулах на затравочный кристалл [1]. Современная установка для выращивания ОКМ представляет собой вертикальную шахтную печь, разделенную диафрагменной перегородкой на верхнюю "горячую" камеру и нижнюю "холодную", в которой проводят отжиг выращенного кристалла (рис. 1) [2]. В промышленных условиях ростовая камера установки для выращивания ОКМ состоит из двух концентрически расположенных и центрированных стеклянных труб. На внутренней трубе (внешняя – не показана) намотаны нижний и верхний нагреватели, которые при управлении тепловым режимом выращивания взаимно влияют друг на друга. Ампула с кристаллом перемещается в ростовой печи с помощью вытягивающего механизма. При выращивании крупных ОКМ (диаметр 80–120 мм) наблюдается эффект существенного ослабления конвекции воздуха диафрагмой, разделяющей камеры печи. На начальной стадии роста, когда ампула опускается из верхней в

нижнюю камеру, перекрывая отверстие диафрагмы, возникают нестационарные конвективные потоки, за счет увеличения площади экранирования ростового пространства.

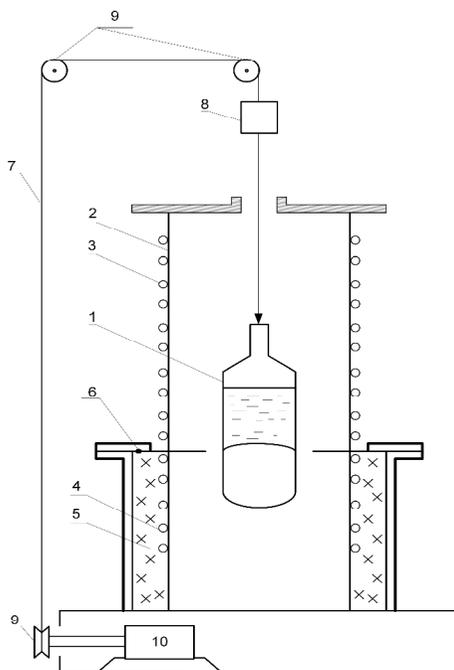


Рис. 1. Структурная схема установки для выращивания ОМК

1 – ампула, 2 – внутренняя труба, 3 – верхний и нижний нагреватели, 4 – теплоизоляция нагревателя, 5 – разделительная диафрагма, 6 – металлический трос, 7 – груз, 8 – система шкивов, 9 – двигатель перемещения ампулы

Это приводит к изменению тепловых условий выращивания и к тому, что фронт кристаллизации вначале смещается вниз, относительно первоначального положения, затем поднимается вверх, по мере прохождения дна ампулы через диафрагму, в результате чего меняется форма фронта кристаллизации и скорость роста. Фронт кристаллизации имеет вогнутую форму, а скорость роста вначале уменьшается, а затем возрастает, причем более чем в два раза. При этом происходит нарушение условий торцевого теплоотвода и однородности теплофизических условий кристаллизации на поверхности раздела кристалл-расплав и, следовательно, ухудшается качество монокристалла.

Данные для идентификации объекта управления (ОУ) получены в реальном масштабе времени при выращивании монокристалла стибьена на двух этапах роста ОМК: до перекрытия и при перекрытии дном ампулы отверстия диафрагмы.

Процесс выращивания рассматривался как двухмерный линейный стационарный ОУ второго порядка с двумя входными величинами и двумя выходами – напряжение управления температурой и температура "горячей" и "холодной" камеры, соответственно.

На первом этапе роста параметры модели ОУ в пространстве состояний:

$$A = \begin{bmatrix} -0.5443 & -0.007845 \\ -0.007845 & -0.5207 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 1.047 & 0 \\ -0.198 & -0.2383 \end{bmatrix}, \quad (1)$$
$$C = \begin{bmatrix} 0.2296 & -0.6169 \\ 0.44 & -0.2748 \end{bmatrix}, D = 0.$$

На втором этапе роста параметры модели объекта:

$$A = \begin{bmatrix} -1.049 & -0.07195 \\ -0.0715 & -0.5738 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 0 & 0.4942 \\ -0.5708 & -0.9914 \end{bmatrix}, \quad (2)$$
$$C = \begin{bmatrix} 1.077 & -2.26 \\ 0. & -0.5644 \end{bmatrix}, D = 0.$$

Модели полностью управляемы и наблюдаемы.

Следовательно, установку для выращивания ОМК необходимо рассматривать как многомерный линейный непрерывный объект управления с неопределенностью, для которого необходимо решить задачу стабилизации температурного поля. При этом выбор оптимального регулятора проведем на основе синтеза управления с таблично задаваемыми параметрами стабилизирующего регулятора, для разных этапов выращивания.

Анализ литературы. Синтез управления процессами кристаллизации ОМК для решения задачи стабилизации в терминах матричных неравенств можно производить на основе LQR оптимального синтеза [3, 4]. Синтез основан на интегральных квадратичных функционалах, с достаточной для практики исследовательского проектирования, мерой адекватности. Они характеризуют точность управления и энергетические затраты управляющих устройств, т.е. решается задача о таком выборе законов управления, чтобы эти характеристики достигали своих экстремальных значений с учетом требования устойчивости замкнутых систем.

Пусть математическая модель ОУ в пространстве состояний:

$$\dot{x}(t) = Ax(t) + Bu(t), x(0) = x_0, \quad (3)$$

$$y(t) = Cx(t), \quad (4)$$

где $x(t) \in R^n$ – n -мерный вектор состояния системы, $u(t) \in R^m$ – m -мерный вектор управления и $y(t) \in R^q$ – q -мерный вектор контролируемых координат. Реализацию в пространстве состояний (3), (4) обозначим тройкой матриц (A, B, C) .

Введем понятие – стабилизирующий регулятор:

$$u = Kx(t), \quad (5)$$

где K – матрица параметров регулятора соответствующего порядка.

В системе для синтеза LQR с реализацией (A, B, C) и указанными начальными условиями, задается интегральный квадратичный функционал в виде

$$J = \int_0^{\infty} (y^T Q y + v u^T R u) dt = \int_0^{\infty} (x^T C^T Q C x + v u^T R u) dt, \quad (6)$$

где Q – знакоположительная матрица, R – положительно определенная матрица, $v > 0$ – весовой коэффициент.

Решая задачу LQR-оптимального синтеза, находят такую матрицу K , чтобы функционал (6) достигал своего наименьшего значения, по отношению ко всем другим матрицам коэффициентов усиления, обеспечивающим асимптотическую устойчивость замкнутой системы

$$J = J(K) \rightarrow \min_{K \in \Omega},$$

где Ω – множество матриц K таких, что корни характеристического полинома замкнутой системы $\Delta = \det(I_n - A + BK)$ расположены в открытой левой полуплоскости.

Предполагается, что матрицы R , Q и коэффициент v в функционале (6) LQR-синтеза заданы. Однако, на практике их приходится многократно изменять, чтобы добиться желаемого качества процесса управления с учетом ограничений на реальные возможности управлений.

Вместе с тем, возможен альтернативный и более эффективный путь синтеза стабилизирующих регуляторов, основанный на применении теории линейных матричных неравенств и алгоритмов их решения, реализованных в среде МАТЛАБ [5, 6]. В основу численных методов решения линейных матричных неравенств положены методы выпуклой оптимизации [7].

Цель статьи – разработка адаптивного управления процессом выращивания ОМК путем решения задачи стабилизации температурного поля, в терминах теории линейных матричных неравенств.

Управление по состоянию. В терминах матричных неравенств задача синтеза стабилизирующих регуляторов в пространстве состояний сводится к решению системы неравенств (СМН)

$$YA^T + AY + Y\Theta^T B^T + B\Theta Y < 0, Y > 0. \quad (7)$$

Из СМН необходимо найти пару матриц (Y, Θ) .

Известны два способа решения этой задачи [5]. Один из этих способов состоит в том, чтобы ввести новую матричную переменную $Z = \Theta Y$ и записать неравенства (7) в виде линейных матричных неравенств

$$YA^T + AY + Z^T B^T + BZ < 0, Y > 0, \quad (8)$$

относительно переменных Y и Z . Находя пару (Y, Z) , удовлетворяющую (8), вычисляют параметры искомой обратной связи

$$\Theta = ZY^{-1}. \quad (9)$$

Для объекта (1) с реализацией (A, B, C) решим систему линейных матричных неравенств (8) в среде МАТЛАБ, используя команды `lmivar`, `lmiterm`, `feasp` из LMI Toolbox. Все детали, относительно использования этих и других команд LMI Toolbox, содержатся в [8].

Выбраны, следующие параметры алгоритма оптимизации команды `feasp`:

$$options = [0 \ 0 \ 27e+006 \ 0 \ 0].$$

Решение СМН (8) дает пару матриц

$$Y = \begin{bmatrix} 4.6861 & 0.2266 \\ 0.2266 & 4.5455 \end{bmatrix} \times 1.0e+006,$$
$$Z = \begin{bmatrix} 0.0166 & 1.5192 \\ 0.0776 & 2.5222 \end{bmatrix} \times 1.0e+006.$$

Стабилизирующий регулятор Θ вычислен по выражению (9)

$$\Theta = \begin{bmatrix} -0.0126 & 0.3349 \\ -0.0103 & 0.5554 \end{bmatrix}.$$

Собственные числа замкнутой системы -0.5511 и -0.3020 , то есть замкнутая система устойчива.

На рис. 2 приведены переходные характеристики температур "горячей" и "холодной" камер по управлению "горячей" камерой в системе с регулятором Θ для первого этапа выращивания. Здесь и далее (рис. 3, 4) температура "горячей" камеры, обозначена сплошной линией, а "холодной" камеры – штриховой линией.

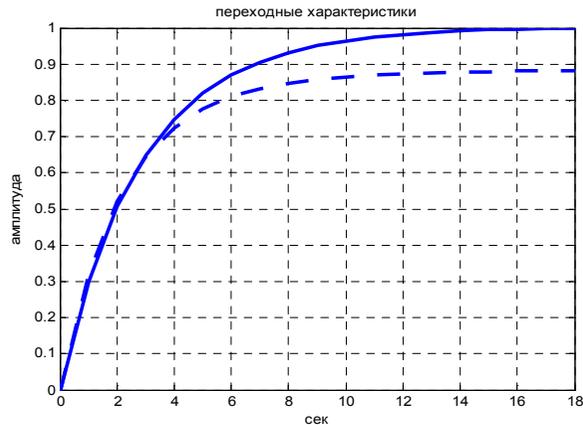


Рис. 2. Первый этап выращивания. Переходные характеристики, в системе с регулятором Θ по управлению "горячей" камерой

Управление по выходу. Рассмотрим управляемый объект (3), (4) с неизмеримым состоянием. Требуется построить линейный динамический регулятор k -порядка, обеспечивающий асимптотическую устойчивость замкнутой системы. В [5] показано, что в терминах матричных неравенств синтез стабилизирующего регулятора по выходу k -порядка, в случае $k \neq 0$, сводится к синтезу статического регулятора по выходу для вспомогательного объекта

$$\begin{aligned} \dot{\bar{x}} &= A_0 \bar{x} + B_0 \bar{u}, \\ \bar{y} &= C_0 \bar{x}, \end{aligned} \quad (10)$$

где

$$A_0 = \begin{bmatrix} A & 0_{n \times k} \\ 0_{k \times n} & 0_{k \times k} \end{bmatrix}, \quad B_0 = \begin{bmatrix} 0_{n \times k} & B \\ I_k & 0_{k \times n} \end{bmatrix}, \quad C_0 = \begin{bmatrix} 0_{k \times n} & I_k \\ C & 0_{n \times k} \end{bmatrix}.$$

Пусть $\bar{u} = \Theta \bar{y}$, тогда матрица замкнутой системы $A_c = A_0 + B_0 \Theta C_0$ и соответствующие блоки матрицы Θ будут определять параметры динамического регулятора k -порядка.

В терминах СМН задача синтеза сводится к решению системы неравенств

$$YA_0^T + A_0Y + YC_0^T \Theta^T B_0^T + B_0 \Theta C_0 Y < 0, Y > 0. \quad (11)$$

Введем новую матричную переменную

$$Z = \Theta C_0 Y, \quad (12)$$

тогда из (11) получаем систему линейных матричных неравенств

$$YA_0^T + A_0Y + Z^T B_0^T + B_0 Z < 0, Y > 0, \quad (13)$$

относительно Y и Z . Пусть (Y, Z) – некоторое решение этой системы. Тогда, для нахождения элементов матрицы параметров Θ необходимо решить систему уравнений (12), которая может оказаться несовместной, даже если требуемый регулятор и существует. В этом случае задача решается через нахождение взаимнообратных матриц [5, 6].

Для первого этапа выращивания первый способ синтеза управления по выходу, при параметрах алгоритма оптимизации команды *feasp*:

$$options = [0 \quad 0 \quad 14e + 006 \quad 0 \quad 0],$$

дает следующую матрицу параметров регулятора:

$$\Theta = \begin{bmatrix} 0.7149 & 0.3063 & 0 \\ -1.2267 & -0.1043 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}. \quad (14)$$

Собственные числа замкнутой системы $-0.5993+0.3504i$, $-0.5993-0.3504i$ и -0.5435 , то есть замкнутая система устойчива.

На рис. 3 приведены переходные характеристики температур "горячей" и "холодной" камер по управлению "горячей" камерой в системе с регулятором по выходу, для первого этапа выращивания.

Анализ переходных характеристик в системе с синтезированными регуляторами показывает, что для выращивания ОМК наиболее приемлемым является регулятор по выходу, параметры которого задаются матрицей (14). Этот регулятор обеспечивает в переходном процессе перерегулирование до 10% и постоянную времени до 2 с, что полностью отвечает требованиям к качеству управления.

Проведем синтез стабилизирующего регулятора по выходу для второго этапа выращивания. При параметрах алгоритма оптимизации команды *feasp* $options = [0 \quad 0 \quad 16e + 006 \quad 0 \quad 0]$, синтез регулятора по выходу дает следующую матрицу параметров

$$\Theta = \begin{bmatrix} 1.5842 & 7.2374 & 0 \\ 0.2404 & 2.5916 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}. \quad (15)$$

Собственные числа замкнутой системы -4.6187 , -1.0756 и -0.8558 , т.е. замкнутая система устойчива.

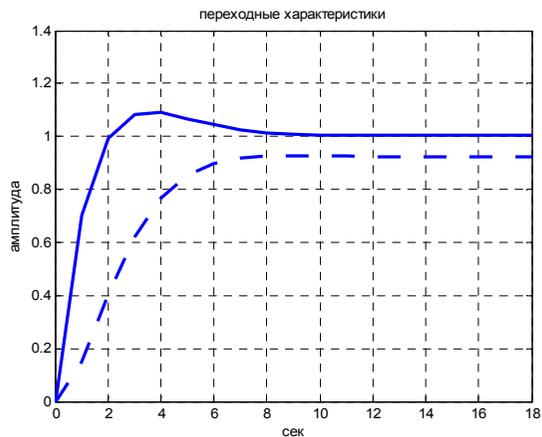


Рис. 3. Первый этап выращивания. Переходные характеристики в системе по управлению "горячей" камерой с регулятором по выходу

На рис. 4 приведены переходные характеристики температур "горячей" и "холодной" камер по управлению "горячей" камерой в системе с регулятором по выходу для второго этапа выращивания.

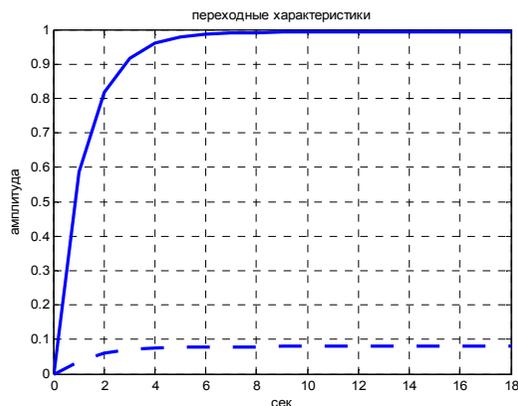


Рис.4. Второй этап выращивания. Переходные характеристики в системе по управлению "горячей" камерой с регулятором по выходу

Анализ переходных характеристик в системе с регулятором по выходу для второго этапа выращивания, когда ростовая ампула перекрывает своим дном отверстие диафрагмы, показывает, что при удовлетворительном качестве управления температурой, ее изменение в "горячей" камере мало влияет на температуру "холодной", где проводится отжиг выращенного монокристалла.

Выводы. В результате проведенной работы для установки выращивания ОМК, которая рассматривалась как многомерный линейный непрерывный объект управления с неопределенностью, решена задача стабилизации температурного поля. Выбор оптимального регулятора для выращивания ОМК проведен на основе синтеза в терминах матричных неравенств с таблично задаваемыми параметрами стабилизирующего регулятора для разных этапов выращивания.

Оптимизация процесса управления установкой для выращивания ОМК позволила решить многоэтапную задачу адаптивной стабилизации скорости роста кристалла, а, значит, и повысить его качество.

Список литературы: 1. *Stockbarger D.* The production of large single crystals / *D. Stockbarger* . – Rev. Sci. Instr. – 1936. – Vol. 7. – № 3. – P. 133-136. 2. Пат. 93940 Украина, МПК С30 В 15/20, G05D 27/00. Устройство для выращивания монокристаллов из расплава в ампуле / *Суздаль В.С., Епифанов Ю.М., Козьмин Ю.С., Будаковский С.В., Щелкалин В.Н., Тевяшев А.Д.*; заявитель и патентообладатель ИСМА, г. Харьков. – № а 200908356; заявл. 07.08.2009; опубл. 25.03.2011. Бюл. № 6. 3. *Хлебников М.В.* Синтез оптимальной обратной связи при ограниченном управлении / *М.В. Хлебников, П.С. Щербakov.* – Автоматика и телемеханика. – 2014. – № 2. – С. 177–192. 4. *Честнов В.Н.* Синтез дискретных H_{∞} -регуляторов по заданному радиусу запасов устойчивости и времени регулирования / *В.Н. Честнов.* – Автоматика и телемеханика. – 2014. – № 9. – С. 65-82. 5. *Федотов И.А.* Синтез ПИД-регуляторов на основе методов пространства состояний и техники линейных матричных неравенств / *И.А. Федотов* // Вестник Нижегородского ун-та. – Н. Новгород: Нижегородский ун-т, 2014. – № 4-1. – С. 14-17. 6. *Balandin D.V.* LMI-based optimal attenuation of multistory building oscillations under seismic excitations / *D.V. Balandin, M.M. Kogan* // Structural Control and Health Monitoring. – 2005. – Vol. 12. – № 2. – P. 213-224. 7. *Nesterov Y.E.* Interior-Point Polynomial Algorithms in Convex Programming. Studies in Applied Mathematics / *Y.E. Nesterov, A. Nemirovski.* – Philadelphia: SIAM Publications. – 1994. – 405 p. 8. *Gahinet P.* The LMI Control Toolbox. For Use with Matlab. User's Guide / *P. Gahinet, A. Nemirovski, A.J. Laub, M. Chilali.* – Massachusetts: Natick, The MathWorks, Inc. – 1995. – 310 p.

References:

1. Stockbarger, D. (1936), "The production of large single crystals", *Rev. Sci. Instr.*, Vol. 7, No. 3, pp. 133-136.
2. Suzdal, V.S., Yepifanov, Yu.M., Kozmin, Yu.S., Budakovskiy, S.V., Schelkalin, V.N., and Tevyashev, A.D. (2011), *Device for growing single crystals from a melt in an ampoule*, Patent UA, No. 93940.
3. Khlebnikov, M.V., and Shcherbakov, P.S. (2014), "Optimal Feedback Synthesis under Bounded Control", *Automation and telemechanics*, No. 2, pp. 177-192.

4. Chestnov, V.N. (2014), "Discrete H_∞ -controllers synthesis for a given radius of stability stocks and control time", *Automation and telemekhanics*, No. 9, pp. 65-82.
5. Fedotov, I.A. (2014), "PID-controllers synthesis on the basis of state space methods and linear matrix inequality techniques", *Herald of the N. Novgorod Un-ty*, N. Novgorod, No. 4-1, pp. 14-17.
6. Balandin, D.V., and Kogan, M.M. (2005), "LMI-based optimal attenuation of multistory building oscillations under seismic excitations", *Structural Control and Health Monitoring*, Vol. 12, No. 2, pp. 213-224.
7. Nesterov, Y.E., and Nemirovski, A. (1994), *Interior-Point Polynomial Algorithms in Convex Programming*, Studies in Applied Mathematics, SIAM Publications, Philadelphia, 405 p.
8. Gahinet, P., Nemirovski, A., Laub, A.J., and Chilali, M. (1995), *The LMI Control Toolbox. For Use with Matlab. User's Guide*, Natick, MA: The MathWorks, Inc., 310 p.

Статтю представил д-р физ.-мат. наук, зав. отделом 2319 ИСМА НАН Украины Тарасов В.А.

Поступила (received) 12.04.2017

Suzdal Viktor, Dr. Sci. Tech., Senior Researcher,
ISMA NAS of Ukraine,
Nauki Ave., 60, Kharkov, Ukraine, 61072.
Tel.: (057) 341-01-45, email: suzdal@isma.kharkov.ua
ORCID ID: 0000-0002-3816-9886

Yepifanov Yuriy, Dr. Sci. Tech., Senior Researcher,
Nauki Ave., 60, Kharkov, Ukraine, 61072.
Tel.: (057) 341-01-45, email: epiphanov@isma.kharkov.ua
ORCID ID: 0000-0003-2303-9138

Tavrovskiy Ihor, PhD Tech.,
ISMA NAS of Ukraine,
Nauki Ave., 60, Kharkov, Ukraine, 61072.
Tel.: (057) 341-01-45, email: tawr@isma.kharkov.ua
ORCID ID: 0000-0001-9175-1667

УДК 621.3.078.3

Матричні нерівності в синтезі керування ростовими установками / Суздаль В.С., Єпіфанов Ю.М., Тавровський І.І. // Вісник НТУ "ХПІ". Серія: Інформатика та моделювання. – Харків: НТУ "ХПІ". – 2017. – № 21 (1243). – С. 92 – 102.

Розглянуто синтез керування установкою для вирощування методом Бриджмена-Стокбаргера органічних монокристалів, що дозволяє вирішити багатоетапну задачу адаптивної стабілізації швидкості росту кристала. Синтез керування системою проведений на основі рішення матричних нерівностей з параметрами стабілізуючого регулятора, що задаються в табличному вигляді для різних етапів вирощування монокристалів. Іл.: 4. Бібліогр.: 8 назв.

Ключові слова: матричні нерівності; монокристал; метод Бриджмена-Стокбаргера; система; синтез керування.

УДК 621.3.078.3

Матричные неравенства в синтезе управления ростовыми установками / Суздаль В.С., Епифанов Ю.М., Тавровский И.И. // Вестник НТУ "ХПИ". Серия: Информатика и моделирование. – Харьков: НТУ "ХПИ". – 2017. – № 21 (1243). – С. 92 – 102.

Рассмотрен синтез управления установкой для выращивания методом Бриджмена-Стокбаргера органических монокристаллов, позволяющий решить многоэтапную задачу адаптивной стабилизации скорости роста кристалла. Синтез управления системой проведен на основе решения матричных неравенств с таблично задаваемыми параметрами стабилизирующего регулятора для разных этапов выращивания монокристаллов. Ил.: 4. Библиогр.: 8 назв.

Ключевые слова: матричные неравенства; монокристалл; метод Бриджмена-Стокбаргера; система; синтез управления.

UDC 621.3.078.3

Matrix inequalities in control synthesis of growth installations / Suzdal V.S., Yepifanov Y.M., Tavrovskiy I.I. // Herald of the National Technical University "KhPI". Subject issue: Information Science and Modelling. – Kharkov: NTU "KhPI". – 2017. – №. 21 (1243). – P. 92 – 102.

The control synthesis of an installation for Bridgman-Stockbarger method growing organic single crystals is considered, which makes it possible to solve the multistage problem of adaptive stabilization of a crystals growth rate. The control system synthesis is based on the solution of matrix inequalities with tabulated parameters of the stabilizing regulator for different stages of growing crystals. Figs.: 4. Refs.: 8 titles.

Keywords: matrix inequalities; single crystal; Bridgman-Stockbarger method; system; synthesis of control.