Вісник Національного технічного університету "ХПІ", 2018, № 24 (1300)
ISSN 2079-0031 (Print) ISSN 2411-0558 (Online)

УДК 51–74:66.01 **DOI: 10.20998/2411-0558.2018.24.12**

А. О. БОБУХ, канд. техн. наук, доц., НТУ "ХПІ",
О. М. ДЗЕВОЧКО, канд. техн. наук, доц., НТУ "ХПІ",
А. М. ПЕРЕВЕРЗЄВА, асп., НТУ "ХПІ"

АНАЛІЗ МЕТОДІВ ПАРАМЕТРИЧНОЇ ІДЕНТИФІКАЦІЇ ТЕХНОЛОГІЙ

Виконаний аналіз методів параметричної ідентифікації технологій може бути використаний для отримання їх адекватного математичного опису із періодичним коригуванням алгоритмів за відомими вхідними і вихідними параметрами в умовах перешкод та ефективного управління технологіями. Одними із найкращих є знакові алгоритми, на роботу яких практично не впливають перешкоди на вході технологій. Іл.: 1. Бібліогр.: 10 назв.

Ключові слова: параметрична ідентифікація; технологія; коригування; алгоритм; перешкода; ефективне управління; знакові алгоритми.

Постановка проблеми. При дослідженні різних технологій зустрічаються задачі обробки експериментальних даних з метою вилучення з них залежностей, що описують різні процеси і явища. Ці залежності представляються у вигляді математичних моделей, які не потребують фізичної реалізації, а зводяться до чисто математичної задачі пошуку екстремуму функціонала заданого виду. Тобто, проблема математичного опису технологій зводиться до проблеми отримання інформації про стан технологій, оцінювання їх параметрів і характеристик, інакше цю проблему називають ідентифікацією технологій. Методи розробки математичних моделей (ідентифікації) розбиваються на три групи:

1) Методи регресійного аналізу: найменших квадратів; множинної регресії; виділення трендів; кореляційного аналізу.

2) Методи структурної ідентифікації: усіх регресій; покрокової регресії; Ефрімсона; групового врахування аргументів; частних кореляцій; множинної кореляції.

3) Методи параметричної ідентифікації: рекурентний найменших квадратів; стохастичної апроксимації; Робінсоно-Монро; Качмажа; Нагумо-Ноди.

Можливість використання кожного методу ідентифікації залежить від технологічної готовності технологій до застосування цих методів для підвищення техніко-економічних показників. Під технологічною готовністю технологій розуміють насичення його технологічним обладнанням, для якого за допомогою сучасних приладів контролю параметрів та мікропроцесорних контролерів можна отримати всю необхідну інформацію для вирішення, в першу чергу, завдань управління і пошуку оптимальних режимів, які відповідають заданим критеріям управління. Для вирішення таких завдань потрібні величезні капітальні вкладення, а також наявність хоча б попередніх технічних рішень з ідентифікації технологій. При цьому необхідно провести статистичний аналіз основних збурень і параметрів досліджуваної технології, щоб віднести їх до конкретного класу випадкових процесів.

Все це обумовлює необхідність періодичної корекції параметрів отриманої математичної моделі.

Аналіз літератури. Рішення задач ідентифікації на основі методу найменших квадратів (МНК) дозволяє отримати значення параметрів, використовуваних в якості початкових при роботі алгоритмів ідентифікації [1 – 8]. Це дозволяє найбільш повному використанню інформації про технологію, істотно поліпшити якість інформації, а, отже, і управління, забезпечуючи оперативність зміни керуючих впливів [9, 10].

В загальному вигляді задачу параметричної ідентифікації технології можна описати рівнянням [1 – 8]

$$y_n = h_n^T x_n + \varepsilon_n , \tag{1}$$

де y_n – вихідний (керований) параметр; $x_n = \left(x_{1n}, x_{2n}, ..., x_{Nn}\right)^T$ – вектор вхідних (керуючих) параметрів; $h_n = \left(h_{1n}, h_{2n}, ..., h_{Nn}\right)^T$ – розшукувані значення вектору параметрів технології; ε_n – перешкоди на виході; T – символ транспонування; n = 1, 2, …, n − дискретний час.

Задача параметричної ідентифікації полягає у визначенні невідомого вектора параметрів h_n за результатами вимірювань вхідних x_n і вихідних y_n параметрів і зводиться, в загальному випадку, до мінімізації деякого наперед обраного функціоналу якості.

Відомо багато методів вирішення цього завдання в умовах нормального функціонування технології. Найбільший інтерес представляють методи, засновані на використанні рекурентних алгоритмів. Слід зазначити, що більшість алгоритмів пов'язано з рекурентною формою МНК [3].

Мета статті – виконати аналіз методів параметричної ідентифікації для отримання адекватного математичного опису технологій із періодичним коригування алгоритмів за відомими вхідними і вихідними параметрами технологій та ефективного управління ними.

ISSN 2079-0031 (Print) ISSN 2411-0558 (Online)

Матеріали та результати аналізу. Практична реалізація рекурентних алгоритмів супроводжується досить великим обсягом обчислень, викликаних необхідністю використання великого обсягу інформації. Інший різновид алгоритмів, що використовують не всю попередню інформацію, а лише частину її, дозволяє обійти ці труднощі. До таких алгоритмів в першу чергу відносяться алгоритми, засновані на ідеях стохастичною апроксимації [2] у вигляді

$$k_n = k_{n-1} + \Gamma_n \left(y_n - k_{n-1}^T x_n \right) x_n , \tag{2}$$

де при відповідному виборі матриці коефіцієнтів Γ_n буде забезпечуватися збіжність послідовності $\{k_n\}$ – векторів значень оцінок параметрів моделі технології на (n – 1)-му та n-му кроках, за правилом (2) до h, а y_n та x_n дивись (1).

Найчастіше ця матриця обирається у вигляді $\Gamma_n = \gamma_n I$, де I – одинична матриця, γ_n – скалярний коефіцієнт. Збіжність процедури (2) з ймовірністю одиниця та в середньоквадратичному доводиться при досить широких припущеннях щодо коефіцієнтів γ_n, вимагається тільки збіжність і розбіжність відповідних рядів, члени яких залежать від γ_n, тобто $\sum_{n=1}^{\infty} \gamma_n = \infty$, $\sum_{n=1}^{\infty} \gamma_n^2 < \infty$, $\lim_{n \to \infty} \gamma_n = 0$.

Слід зазначити, що вибір γ_n істотно впливає на властивості алгоритму (2), оскільки спроможність процедури і швидкість її збіжності визначаються цим єдиним вільним параметром. При практичній реалізації ітераційних алгоритмів ідентифікації найважливішим показником їх працездатності є швидкість збіжності, що впливає на тривалість процесу ідентифікації.

Таким чином, параметр γ_n повинен вибиратися із умов найбільш швидкої збіжності алгоритму.

Швидкість збіжності (Q_n) алгоритму характеризується величиною

$$Q_n = \| \theta_{n-1} \|^2 - \| \theta_n \|^2, \tag{3}$$

де $\theta_n = k_n - h$ (різниця між значенням оцінюючого і розшукуваного векторів), $\|\theta_n\|^2 = \sum_{i=1}^{N} \theta_{in}^2$.

Для збіжності алгоритму необхідно виконання нерівності

ISSN 2079-0031 (Print) ISSN 2411-0558 (Online)

$$Q_n > 0\,. \tag{4}$$

У загальному випадку через випадковість величин, що входять в алгоритми (корисних сигналів і перешкод, а часто і h), якість оцінки швидкості збіжності процедур доцільно характеризувати величиною

$$\widetilde{Q}_n = M\left\{\|\theta_{n-1}\|^2 - \|\theta_n\|^2\right\}, \tag{5}$$

де M – символ математичного очікування.

Будемо користуватися критерієм (5) при дослідженні роботи алгоритмів в умовах перешкод, тобто в тих випадках, коли властивості алгоритмів будуть в значній мірі залежати від статистичних властивостей перешкод. У разі відсутності перешкод властивості алгоритму легше досліджувати за допомогою (5).

Розглянемо найбільш простий в обчислювальному відношенні алгоритм Роббінса-Монро [1, 7], що визначається з (5) заміною матриці Γ_n на $\dfrac{\gamma_0}{n}$, де γ_0 – константа. Визначимо для цього алгоритму величину Q_n, що характеризує спадання помилки визначення розшукуваних коефіцієнтів на кожному кроці ітераційного процесу ідентифікації. Для цього віднімемо з обох частин (2) h, отримаємо

$$\theta_n = \theta_{n-1} - \frac{\gamma_0}{n}\left(\theta_{n-1}^T x_n\right)x_n\,. \tag{6}$$

Зведемо (6) в квадрат

$$\|\theta_n\|^2 = \|\theta_{n-1}\|^2 - 2\frac{\gamma_0}{n}\left(\theta_{n-1}^T x_n\right)^2 + \frac{\gamma_0^2}{n^2}\left(\theta_{n-1}^T x_n\right)^2\|x_n\|^2,$$

звідки визначимо

$$Q_n = \frac{\gamma_0}{n}\left(\theta_{n-1}^T x_n\right)^2\left[2 - \frac{\gamma_0}{n}\|x_n\|^2\right]. \tag{7}$$

Із (7) видно, що для виконання умови (4) необхідно, щоб

ISSN 2079-0031 (Print) ISSN 2411-0558 (Online)

$$0 < \gamma_0 < \frac{2n}{\| x_n \|^2}, \tag{8}$$

тобто для алгоритму Роббінса-Монро Q_n залежить від величини вхідного параметру, параметру γ_0 та може мати різні знаки при довільному наперед обраному γ_0. Таким чином, залежність Q_n від $\| x_n \|^2$ та γ_0 може призводити до порушення умов збіжності алгоритму при малих n та до появи великих коливань на початку процесу ідентифікації.

Визначимо для цього алгоритму оптимальне значення γ_0^{opt}, що забезпечує максимальне спадання помилки ідентифікації на кожному кроці ітераційного процесу налаштування коефіцієнтів. Для цього виконаємо диференціювання (7) за γ_0 і прирівняємо отриманий вираз нулю

$$\frac{\partial Q_n}{\partial \gamma_0} = \frac{2}{n}\left(\theta_{n-1}^T x_n\right)^2 - 2\frac{\gamma_0}{n^2}\left(\theta_{n-1}^T x_n\right)^2 \| x_n \|^2 = 0, \tag{9}$$

Звідки

$$\gamma_0^{opt} = \frac{n}{\| x_n \|^2}. \tag{10}$$

Дійсно, отримане значення γ_0^{opt} максимізує Q_n оскільки $\frac{\partial^2 Q_n}{\partial \gamma_0^2} = \frac{2}{n^2}\left(\theta_{n-1}^T x_n\right)^2 \| x_n \|^2 < 0$. Підстановка (10) в алгоритм (2) призводить до наступної процедури

$$k_n = k_{n-1} + \frac{\left(y_n - k_{n-1}^T x_n\right) x_n}{\| x_n \|^2}, \tag{11}$$

відомої як алгоритм Качмажа [4, 9], найбільш швидкодіючий серед простих в обчислювальному відношенні алгоритмів (позначення дивись формули (1) та (2)). Виконаємо дослідження наступної модифікації цього алгоритму

$$k_n = k_{n-1} + \rho_n \frac{\left(y_n - k_{n-1}^T x_n\right) x_n}{\| x_n \|^2}, \tag{12}$$

де $0 < \rho_n < 2$. Геометрична ілюстрація роботи модифікованого алгоритму (12) приведена на рис. 1, де показаний процес переходу значень коефіцієнтів із точки k_{n-1} в точку k_n. Залежно від вибору ρ_n ці значення потрапляють: 1) в точку k_n'', якщо $\rho_n < 1$; 2) в точку k_n', якщо $\rho_n = 1$; 3) в точку k_n''', якщо $\rho_n > 1$. При цьому:

$$\| \theta_n' \|^2 < \| \theta_n'' \|^2 < \| \theta_{n-1} \|^2, \qquad 0 < \rho_n < 1,$$
$$\| \theta_n' \|^2 < \| \theta_n''' \|^2 < \| \theta_{n-1} \|^2, \qquad 1 < \rho_n < 2.$$

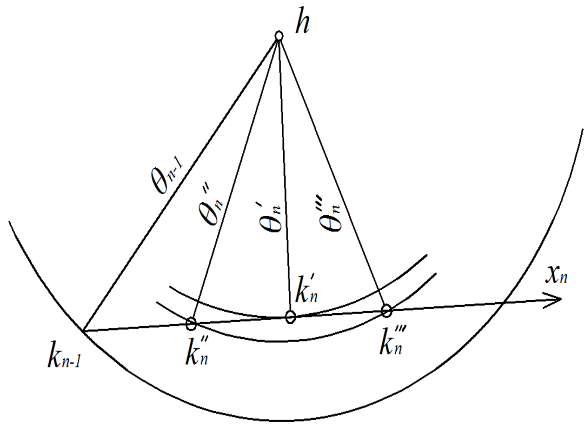

Рис.1. Геометрична ілюстрація роботи модифікованого алгоритму, де показаний процес переходу з точки k_{n-1} в точку k_n.

Розглянуті вище алгоритми ідентифікації були отримані з умови мінімуму квадратичного критерію ідентифікації. Однак, як відомо, застосування такого критерію призводить до отримання алгоритмів, властивості яких значною мірою залежать від статичних характеристик корисних сигналів та перешкод. При цьому випадку необхідно скористатися модульним критерієм $\left| y_n - k_{n-1}^T x_n \right|$, мінімізація якого призводить до алгоритмів ідентифікації, що містить нелінійне перетворення вхідної величини $sign\, x_n$. Широко відомим алгоритмом цього класу є алгоритм Нагумо-Ноди [1 – 4]

$$k_n = k_{n-1} + \rho_n \frac{y_n - k_{n-1}^T x_n}{x_n^T signx_n} signx_n, \tag{13}$$

де $signx_n = \begin{cases} -1, x_n < 0, \\ 0, x_n = 0, \\ 1, x_n > 0. \end{cases}$ $\quad 0 < \rho_n < 2$,

Знаковий алгоритм, що володіє найбільшою швидкістю збіжності (3) серед знакових алгоритмів, має вигляд

$$k_n = k_{n-1} + \rho_n \frac{\hat{y}_n - k_{n-1}^T signx_n}{\left\| signx_n \right\|^2} signx_n, \tag{14}$$

де $\hat{y}_n = h^T signx_n$; $\left\| signx_n \right\|^2 = \left(signx_n \right)^T signx_n$.

Істотною перевагою даного алгоритму є ще й те, що на його роботу практично не впливають перешкоди на вході технології x_n, якщо вони тільки не перевершують за величиною корисний сигнал. В інших же алгоритмах перешкоди, що накладаються на x_n, призводять до зміщення одержуваних оцінок.

Висновок. Виконаний аналіз методів параметричної ідентифікації технологій може бути використаний для отримання їх адекватного математичного опису із періодичним коригування алгоритмів за відомими вхідними і вихідними параметрами в умовах перешкод та ефективного управління технологіями. Приведений аналіз модифікованого алгоритму з геометричною ілюстрацією роботи при переході з точки k_{n-1} в точку k_n. Розглянутий знаковий алгоритм, що володіє найбільшою швидкістю збіжності серед знакових алгоритмів. Істотною перевагою цього алгоритму є ще й те, що на його роботу практично не впливають перешкоди на вході технологій.

Список літератури:

1. *Советов Б.Я.* Математическое моделирование / *Б.Я. Советов, С.А. Яковлев.* – М.: Высшая школа, 2001. – 343 с.

2 *Kushner H.J.* Stochastic Approximation and Recursive Algorithms and Applications. / *H.J. Kushner, G.G. Yin.* – New-York: Springer-Verlag-New-York-Inc., 2003. – 498 p.

3. *Isermann R*. Identification of Dynamic Systems / *R. Isermann, M.*: – Munchhof: Springer, 2011. – 454 p.

4. *Жиров М.В.* Идентификация и адаптивное управление технологическими процессами с нестационарными параметрами / *М.В. Жиров, В.В. Макаров, В.В. Солдатов*. – М.: Изд-во МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2011. – 203 с.
5. *Переверзєва А.М.* Розробка математичної моделі статики технології насичення очищеного розсолу газами виробництва соди / *А.М. Переверзєва, А.О. Бобух* // Вісник НТУ "ХПІ". – Серія: Нові рішення в сучасних технологіях. – Х.: НТУ "ХПІ". – 2017. – № 42 (1214). – С. 68-73.
6. *Елисеева И.И.* Статистика / *И.И. Елисеева*. – М.: ТК Велби, 2005. – 448 с.
7. *Кобзарь А.И.* Прикладная математическая статистика / *А.И. Кобзарь*. – М.: Физматлит, 2006. – 816 с.
8. *Kandethody M. Ramachandran* Mathematical Statistics with Applications / *M. Ramachandran Kandethody , P. Tsokos Chris.* – Elsevier, 2014. – 848 с.
9. *Richard C. Dorf.* Modern control systems / *C. Dorf Richard, H. Bishop Robert.* – Prentice-Hall, Upper Saddle River, NJ, 2001. – 831 p.
10. *Тюкин И.Ю.* Адаптация в нелинейных динамических системах: монографія / *И.Ю. Тюкин, И.Ю. Терехов.* – СПб. : ЛКИ, 2008. – 384 с.

References:
1. Sovetov, B.Ya., and Yakovlev, S.A. (2001), *Mathematical modeling*. High School, Moscow, 2001, 343 p.
2. Kushner, H.J., and Yin, G.G. (2003), *Stochastic Approximation and recursive Algorithms and Applications.* Springer-Verlag-New-York-Inc., New-York, 498 p.
3. Isermann, R., and. Munchhof, M. (2011), *Identification of Dynamic Systems*. Springer, 454 p.
4. Zhirov, M.V., and Makarov, V.V. (2011), *Identification and adaptive control of technological processes with non-stationary parameters*., MGTU N.E. Bauman, Moscow, 203 p.
5. Pereverzieva, A.M., Bobuh, A.O. (2017), "Development of a mathematical model of static technologies purified brine saturation gas production of sod" // Herald of NTU "KhPI". Series: New solutions in modern technologies, Kharkov, No. 32 (1254), pp. 68-73.
6. Eliseeva, I.I (2005), *Statistics*. TK Velby, Moscow, 448 p.
7. Kobzar A.I. (2006), *Applied mathematical statistics*. Physical and mathematical literature, Moscow, 816 p.
8. Kandethody M., Ramachandran, and Chris P. Tsokos (2014), *Mathematical Statistics with Applications.* Elsevier, 848 p.
9. Richard C. Dorf, and Robert H. Bishop (2001), *Modern control systems*. Prentice-Hall, Upper Saddle River, NJ, 831 p.
10. Tjukin I.Ju., Terehov, V.A. (2008), *Adaptation in the nonlinear dynamic systems: monograph*, *LKI, SPb*, 384 p.

Статтю представив д-р техн. наук, проф. НТУ "ХПІ" зав. каф. АТС та ЕМ Подустов М.О.

Поступила (*received*) *07.05.2018*
Повторно 20.05.2018

Bobukh Anatoly, PhD Tech.,
National Technical University "Kharkov Polytechnic Institute",
Str. Kirpicheva, 2, Kharkov, Ukraine, 61002
Tel. +38-096-233-47-96, e-mail:aabobukh@ukr.net
ORCID ID 0000-0002-3405-386X

ISSN 2079-0031 (Print) ISSN 2411-0558 (Online)

Pereverzieva Alevtyna, postgraduate,
National Technical University "Kharkov Polytechnic Institute",
Str. Kirpicheva, 2, Kharkov, Ukraine, 61002
Tel. +38-095-253-12-63 e-mail: pereverzieva_alya@ukr.net
ORCID ID 0000-0003-2072-2521

Dzevochko Alexander, PhD Tech.,
National Technical University "Kharkov Polytechnic Institute",
Str. Kirpicheva, 2, Kharkov, Ukraine, 61002
Tel. +38-096-937-46-68. e-mail: sashadzevochko2@mail.ru
ORCID ID 0000-0002-1297-1045

УДК 517.1:004.942

Аналіз методів параметричної ідентифікації технологій / Бобух А.О., Дзевочко О.М., Переверзєва А.М. // Вісник НТУ "ХПІ". Серія: Інформатика та моделювання. – Харків: НТУ "ХПІ". – 2018. – № 24 (1300). – С . 139 – 148.

Виконаний аналіз методів параметричної ідентифікації технологій може бути використаний для отримання їх адекватного математичного опису із періодичним коригуванням алгоритмів за відомими вхідними і вихідними параметрами в умовах перешкод та ефективного управління технологіями. Одними із найкращих є знакові алгоритми на роботу, яких практично не впливають перешкоди на вході технологій. Іл.: 1. Бібліогр.: 10 назв.

Ключові слова: параметрична ідентифікація; технологія; коригування; алгоритм; перешкода; ефективне управління; знакові алгоритми.

УДК 517.1:004.942

Анализ методов параметрической идентификации технологий / Бобух А.А., Дзевочко А.М., Переверзева А.Н. // Вестник НТУ "ХПИ". Серия: Информатика и моделирование. – Харьков: НТУ "ХПИ". – 2018. – № 24 (1300). – С. 139 – 148.

Выполненный анализ методов параметрической идентификации технологий может быть использован для получения их адекватного математического описания с периодической корректировкой алгоритмов с известными входными и выходными параметрами в условиях помех и эффективного управления технологиями. Одними из лучших являются знаковые алгоритмы на работу, которых практически не влияют помехи на входе технологий. Ил.: 1. Библиогр.: 10 назв.

Ключевые слова: параметрическая идентификация; технология; корректирование; алгоритм; помеха; эффективное управление; знаковые алгоритмы.

UDC517.1:004.942

Analysis of the methods of parametric identification of technologies / Bobukh A.A. Dzevochko A.M., Pereverzieva A.N. // Herald of NTU "KhPI". Series: Informatics and modeling. – Kharkov: NTU "KhPI". – 2018. – № 24 (1300). – P. 139 – 148.

An analysis of the methods of parametric identification of technologies can be used to obtain an adequate mathematical description with periodic correction of algorithms with known input and output parameters under interference conditions and efficient technology control. One of the best are sign algorithms for work, which are practically not affected by input impediments. Figs.: 1. Refs.: 10 titles.

Keywords: parametric identification; technology; correction; algorithm; efficient technology control; sign algorithms.