Вісник Національного технічного університету "ХПІ", 2019, № 1
ISSN 2079-0031 (Print) ISSN 2411-0558 (Online)

УДК 004.8: 004.89: 519.7 DOI: 10.20998/2411-0558.2019.13.10

І. Ф. ПОВХАН, канд. техн. наук, доц., ДВНЗ "Ужгородський національний університет"

ЗАДАЧА ЗАГАЛЬНОЇ ОЦІНКИ СКЛАДНОСТІ МАКСИМАЛЬНОГО ПОБУДОВАНОГО ЛОГІЧНОГО ДЕРЕВА КЛАСИФІКАЦІЇ

Робота присвячена проблемам теорії розпізнавання дискретних об‘єктів, які пов‘язані з загальною оцінкою складності результуючого логічного дерева класифікації. Дається загальна оцінка складності отриманих граф-схемних моделей у вигляді логічних дерев. Виведені числові оцінки в перспективі дозволяють розробити ефективні моделі схем мінімізації логічних дерев класифікації, а отже отримати мінімальну форму системи розпізнавання дискретних об‘єктів. Отримані результати принципово важливі в задачах, які пов‘язані з логічними деревами класифікації. Робота актуальна для всіх методів розпізнавання образів в яких отримана функція класифікації може бути представлена у вигляді логічного дерева. Бібліогр.: 11 назв.

Ключові слова: розпізнавання образів; логічне дерево; граф-схемні моделі; оцінка складності; функція класифікації.

Вступ. Як відомо з робіт [1, 2], довільну побудовану систему розпізнавання у вигляді дерева класифікації можна записати або в ДНФ, або в КНФ формі. Так дерево розпізнавання, яке являє собою певне правило класифікації, можна представити за допомогою відповідної логічної функції. Отже важливими проблемами при побудові систем розпізнавання такого типу – будуть задачі синтезу логічних функції, які еквівалентні даному дереву розпізнавання, оцінка їх складності, задача мінімізації отриманого дерева.

Данє дослідження є логічним продовженням циклу робіт [3 – 6] в яких піднімаються принципові питання пов‘язані з логічними деревами класифікації (в даному випадку під логічних деревом будемо розуміти деяке граф-схемне представлення результуючої схеми розрізнавання образів), як питання мінімізації логічних дерев, дослідження стійкості щодо перестановки ярусів, оцінки складності найбільшого дерева, загальний алгоритм побудови самого складного логічного дерева. Тут досліджується складність граф-схемних моделей (логічних дерев класифікації), які конструюються в процесі навчання системи розпізнавання (логічне дерево класифікації фактично представляє собою згенеровану функцію розпізнавання). Для цього оцінюється складність дерева, яке використовується в схемі розгалуженого вибору ознак для розпізнавання дискретних наборів (об‘єктів).

Аналіз літературних даних та постановка проблеми. Дане

ISSN 2079-0031 (Print) ISSN 2411-0558 (Online)

дослідження є прямим продовженням роботи [7] в якій розглядалася схема (метод) побудови самого складного дерева класифікації в задачах розпізнавання образів та роботи [3] присвяченій оцінці складності найбільшого можливого логічного дерева.

В приведеній оцінці складності з [7]:

$$\left.\begin{aligned} K_1 K_2 ... K_{m-1} \le K^{K_m K_{m+1} ... K_n} \\ K_1 K_2 ... K_m > K^{K_{m+1} K_{m+2} ... K_n} \end{aligned}\right\}, \qquad (1)$$

в даній роботі розглянемо випадок коли в першому співвідношенні виконується строга нерівність, тобто $K_1 K_2 ... K_{m-1} < K^{K_m} K^{K_{m+1}} ... K^{K_n}$. Зауважимо, що тут та в подальшому K_i – кількість вершин (міток, функцій) на i-му ярусі, а m – безпосередньо ярус злому [7] де виконується співвідношення (1).

На початку, будемо припускати, що зафіксована деяка система ознак $P_1, P_2, ..., P_n$, $(0 \le P_i \le k_i - 1)$, $(i - 1, 2, ..., n)$ та деяка система символів $O_0, O_1, ..., O_{k-1}$. Будемо також рахувати, що ознаки $P_1, P_2, ..., P_n$ – впорядковані (наприклад в такому порядку, в якому вони записані тут).

Будемо розглядати всі регулярні логічні дерева, тобто такі у яких в вершинах i-го ярусу стоїть ознак P_i, $(1 \le i \le n)$, а в вершинах $(n+1)$-го ярусу стоять символи $O_0, O_1, ..., O_{k-1}$ – значення функцій $f_R(P_1, ..., P_n)$.

Нехай задане регулярне дерево D. Через $|D|$ позначимо кількість всіх різних міток, які отримуються в результаті процесу розстановки міток на дереві D. Очевидно, що $|D|$ дорівнює кількості вершин $\tilde{D}$ [6]. Задача полягає в тому, що серед всіх регулярних дерев D знайти таке дерево, для якого величина $|D|$ буде найбільшою. Максимальне дерево позначимо через $D_{\max}$.

Множину всіх вершин, які стоять в ярусах з номерами i, де $l \le i \le s$, $(1 \le l \le s \le n)$ будемо називати полосою. Полосу, яка складається з ярусів з номерами i, $l \le i \le s$, позначимо через D_s^l. Через $\left|D_s^l\right|$ – позначимо кількість всіх різних між собою міток, які стоять в полосі D_s^l.

Логічне дерево розпізнавання, яке являє собою певне правило класифікації, можна представити за допомогою відповідної логічної функції. Отже важливою проблемою при побудові схеми розпізнавання (відповідного логічного дерева) такого типу буде проблема синтезу логічної функції, яка еквівалентна даному дереву розпізнавання. Зі

ISSN 2079-0031 (Print) ISSN 2411-0558 (Online)

збільшенням числа аргументів логічної функції (результуючого дерева) швидко зростає складність одного з етапів синтезу функції – етапу мінімізації [8, 9].

Виходом з даного положення може бути не знаходження її мінімальної форми, а представлення у вигляді декомпозиції функцій (відповідних дерев). Важливими перевагами методу дерева для мінімізації логічних функції (результуючих схем класифікації) є те, що з деревом досить просто працювати при великій кількості аргументів [10].

Мета роботи та задачі дослідження. Отже зважаючи на вище сказане метою даною роботи буде отримання загальної оцінки складності отриманих граф-схемних моделей у вигляді логічних дерев. Саме це дозволить розробити ефективний метод мінімізації логічних дерев, а отже отримати в перспективі найбільш мінімальну та ефективну форму результуючої схеми розпізнавання, що дозволить економити процесорний час на її роботу та оперативну пам‘ять для зберігання. Для досягненн мети були поставлені такі завдання:

- Показати особливості представлення функцій розпізнавання у вигляні логічних дерев.
- Дослідити побудоване в роботі регулярне логічне дерево та визначити ярус злому даної структури.
- Представити числові оцінки та загальну схему оцінки складності дослідженого логічного дерева

Основна частина. Розглянувши в співвідшенні (1) випадок коли в першій счастині виконується строга нерівність, тобто $K_1K_2...K_{m-1} < K^{K_m}K^{K_{m+1}}...K^{K_n}$, приходимо до двох можливих варіантів:

$$\begin{aligned} &a)\ K_1K_2...K_{m-1} \le K^{K_mK_{m+1}...K_n} - K^{K_{m+1}K_{m+2}...K_n}, \\ &б)\ K_1K_2...K_{m-1} > K^{K_mK_{m+1}...K_n} - K^{K_{m+1}K_{m+2}...K_n}. \end{aligned} \tag{2}$$

Зауважимо, що тут і далі K_i – кількість вершин (міток, функцій) на i-му ярусі.

Величина $K^{K_m\cdot K_{m+1}\cdot...\cdot K_n} - K^{K_{m+1}\cdot K_{m+2}\cdot...\cdot K_n}$ представляє собою кількість всіх функцій вигляду $f_a(P_m, P_{m+1},...,P_n)$, які істотно залежать від ознаки P_m.

На першому етапі дослідження розглянемо випадок (2, а). В цьому випадку в m-му ярусі можна розмістити таким чином функції $f_a(P_m, P_{m+1},...,P_n)$, що вони будуть істотно залежати від ознаки P_m, причому в різних вершинах a та b m-го ярусу будуть стояти різні

ISSN 2079-0031 (Print) ISSN 2411-0558 (Online)

функції f_a та f_b. Розташувавши тільки що вказаним чином функції f_a в m-му ярусі, отримаємо деяке дерево D^0.

Розглянемо в цьому дереві полоси $(D^0)_m^1$ та $(D^0)_{n+1}^{m+1}$. В роботі [6] було показано, що при побудові дерева D^0, множина міток, які стоять в полосах $(D^0)_m^1$ та $(D^0)_{n+1}^{m+1}$ не перетинаються між собою. Крім того, в полосі $(D^0)_m^1$ в різних вершинах стоять різні мітки. Виникає питання, чи можна в дереві D^0 в $(m+1)$-му ярусі розмітити всі функції, які залежать від ознак $P_{m+1},...,P_n$ (тобто – ставиться питання, чи можна не міняючи вищевказаної основної властивості дерева D^0, добитися ще того, що би в $(m+1)$-му ярусі дерева D^0 стояли всі функції, які залежать від ознак $P_{m+1},...,P_n$).

Друге з базових співвідношень (1) вказує на те, що можна добитися тільки що вказаної конструкції дерева D^0.

Дійсно з нього видно, що в $(m+1)$-му ярусі дерева D^0 завжди знайдуться такі дві різні вершини a та b, що $f_a = f_b$. Якщо в $(m+1)$-му ярусі дерева D^0 не входить деяка функція $\varphi(P_{m+1},...,P_n)$, тоді замінивши в вершині a функцію f_a на φ, можна добитися того, що φ буде входити в $(m+1)$-й ярус дерева D^0. Зауважимо, що при цьому ніякі функції з $(m+1)$-го ярусу не входять та основна властивість логічного дерева не міняється.

Зауважимо також, що під основною властивістю дерева D^0 будемо розуміти те, що в m-му ярусі дерева D^0 в усіх вершинах стоять різні функції.

Послідовно виконуючи вищевказані вставки невистачаючих функцій φ в $(m+1)$-й ярус, можна добитися ще того, що в $(m+1)$-му ярусі дерева D^0, будуть стояти всі функції, які залежать від ознак $P_{m+1}, P_{m+2,} ..., P_n$. Отже ми можемо побудувати таке дерево D^0, що:

1) Множина міток, які стоять в полосах $(D^0)_m^1$ та $(D^0)_{n+1}^{m+1}$ не перетинаються між собою.

2) В різних вершинах полоси $(D^0)_m^1$ стоять різні мітки.

3) Мітки, які стоять в полосі $(D^0)_{n+1}^{m+1}$, представляють собою всі функції, які залежать від аргументів $P_{m+1}, P_{m+2,} ..., P_n$.

ISSN 2079-0031 (Print) ISSN 2411-0558 (Online)

Застосовуючи до дерева D^0 такий самий підхід, що і до дерева D^* з роботи [6], можна показати, що дерево D^0 є максимальним деревом. При доведенні максимальності дерева D^0 єдина невелика різниця полягає в тому, що дерево D^* розбивається на полоси $(D^*)_m^1$ та $(D^*)_{n+1}^{m+1}$, а дерево D^0 треба розбивати на $(D^0)_m^1$ та $(D^0)_{n+1}^{m+1}$:

Підрахуємо тепер величину $\left|D^0\right|$. Виходячи з вищесказаного, запишемо $\left|D^0\right| = \left|(D^0)_m^1\right| + \left|(D^0)_{n+1}^{m+1}\right|$:

$$\left|(D^0)_m^1\right| = 1 + K_1 + K_1 * K_2 + \ldots + K_1 * K_2 * \ldots * K_{m-1};$$

$$\left|(D^0)_{n+1}^{m+1}\right| = K^{K_{m+1} \ldots K_n}.$$

Звідси можна отримати наступне:

$$\left|D^0\right| = 1 + \sum_{j+1}^{m-1} K_1 K_2 * \ldots * K_j + K^{K_{m+1} K_{m+2} * \ldots * K_n}. \tag{3}$$

Розглянемо тепер випадок (2, б).

В цьому випадку максимальне дерево $\overline{D}$ будемо будувати наступним чином. В m-му ярусі розмістимо в різних вершинах різні функції, які залежать від ознак $P_{m+1}, P_{m+2,} \ldots, P_n$. Останнє можливе завдяки співвідношенню (2, б), ми можемо в m-му ярусі дерева $\overline{D}$ розмістити всі функції вигляду $f_a(P_{m+1}, P_{m+2,} \ldots, P_n)$, які істотно залежать від ознаки P_m. Будемо рахувати, що в дереві $\overline{D}$ таке розміщення вже існує. Тоді завдяки останньому розміщенню в $(m+1)$-му ярусі дерева $\overline{D}$ будуть присутні всі функції, які залежать від ознак $P_{m+1}, P_{m+2,} \ldots, P_n$. Дійсно, нехай $\varphi(P_{m+1}, P_{m+2,} \ldots, P_n)$ – довільна функція, яка залежать від $P_{m+1}, P_{m+2,} \ldots, P_n$. Візьмемо ще одну функцію $\psi(P_{m+1}, P_{m+2,} \ldots, P_n)$, відмінну від φ. Побудуємо наступну функцію $f(P_m, P_{m+1,} \ldots, P_n)$:

$$\begin{aligned} f(0, P_{m+1}, P_{m+2,} \ldots, P_n) &= \varphi(P_{m+1}, P_{m+2,} \ldots, P_n), \\ f(j, P_{m+1}, P_{m+2,} \ldots, P_n) &= \psi(P_{m+1}, P_{m+2,} \ldots, P_n). \end{aligned} \tag{4}$$

ISSN 2079-0031 (Print) ISSN 2411-0558 (Online)

Тут $(1 \le j \le K_m - 1)$. Очевидно, що f буде істотно залежною від P_m. Отже f буде входити в *m*-й ярус дерева $\overline{D}$. Звідси та з (4) можна зробити висновок, що φ буде входити (*m* + 1)-й ярус дерева $\overline{D}$.

Розіб‘ємо дерево $\overline{D}$ на дві частини $(\overline{D})_{m-1}^{1}$ та $(\overline{D})_{n+1}^{m}$. З побудови дерева $\overline{D}$ випливають наступні властивості:

1) В різних вершинах полоси $(\overline{D})_{m-1}^{1}$ стоять різні мітки.

2) Множина міток, які стоять в полосах $(\overline{D})_{m-1}^{1}$ та $(\overline{D})_{n+1}^{m}$ не перетинаються між собою.

3) Всі мітки, які стоять в полосі $(\overline{D})_{n+1}^{m}$, вичерпають всі функції, які залежать від ознак $P_m, P_{m+1}, ..., P_n$.

Використовуючи тільки що приведені властивості та застосовуючи ті самі судження, що і при доведенні максимального дерева D^* [6], легко переконатися, що дерево $\overline{D}$ є максимальним деревом. Підрахуємо величину $\left|\overline{D}\right|$. Виходячи з вищесказаних властивостей дерева $\overline{D}$, можна записати наступне:

$$\left|\overline{D}\right| = \left|(\overline{D})_{m-1}^{1}\right| + \left|(\overline{D})_{n+1}^{m}\right|,$$

$$\left|(\overline{D})_{m-1}^{1}\right| = 1 + K_1 + K_1K_2 + ... + K_1K_2...K_{m-1} = 1 + \sum_{j=1}^{m-2} K_1K_2...K_j \ ,$$

$$\left|(\overline{D})_{n+1}^{m}\right| = K^{K_mK_{m+1}...K_n} \ .$$

Отже, будемо мати $\left|(\overline{D})\right| = 1 + \sum_{j=1}^{m-2} K_1K_2...K_j + K^{K_mK_{m+1}...K_n}$.

Резюмуючи все вищесказане, можна привести формули для розрахунку $\left|D_{\max}\right|$

$$\left|D_{\max}\right| = 1 + \sum_{j=1}^{m-1} K_1K_2...K_j \ , \tag{5}$$

якщо – $K_1K_2...K_{m-1} = K^{K_mK_{m+1}...K_n}$

$$\left|D_{\max}\right| = 1 + \sum_{j=1}^{m-1} K_1K_2...K_j + K^{K_{m+1}...K_n}, \tag{6}$$

якщо – $K_1K_2...K_{m-1} < K^{K_mK_{m+1}...K_n}$; $K_1K_2...K_{m-1}K_m > K^{K_{m+1}...K_n}$; $K_1K_2...K_{m-1} \le K^{K_m...K_n} - K^{K_{m+1}...K_n}$,

ISSN 2079-0031 (Print) ISSN 2411-0558 (Online)

$$|D_{\max}| = 1 + \sum_{j=1}^{m-2} K_1 K_2 ... K_j + K^{K_m K_{m+1} ... K_n}, \qquad (7)$$

якщо – $K_1 K_2 ... K_{m-1} < K^{K_m ... K_n}$; $K_1 K_2 ... K_m > K^{K_{m+1} ... K_n}$; $K_1 K_2 ... K_{m-1} > K^{K_m ... K_n} - K^{K_{m+1} ... K_n}$.

Покладемо $K_1 = K_2 = ... = K_n = K \geq 2$.

Покажемо, що в цьому випадку виконується співвідношення (2. а). Зауважимо, що в цьому випадку буде цікавити тільки випадок коли $K_1 K_2 ... K_{m-1} < K^{K_m ... K_n}$, тобто $K^{m-1} < K^{K^{n-(m-1)}}$ (випадок, коли $K^{m-1} = K^{n-(m-1)}$ був розглянутий раніше).

З наведеного вище випливає, що при $K^{m-1} < K^{K^{n-(m-1)}}$ можливі два варіанти:

$$\begin{aligned} &\text{а) } j < \delta, \\ &\text{б) } j > \delta. \end{aligned} \qquad (8)$$

Зауважимо, тут δ таке число, що виконується $K^{\delta} \leq n \leq K^{\delta+1}$. Тобто δ представляє собою ярус злому логічного дерева яке розглядається

$$K^{\delta} \leq n < \delta, \quad (j = n - K^{\delta}).$$

У випадку виконання (8, а), та зважаючи на визначення ярусу злому [7] будемо мати наступне:

$$K_1 K_2 ... K_{m-1} = K^{K_{m-1}} = K^{l} = K^{K^{\delta} + j - \delta},$$

$$K_m K_{m+1} ... K_n = K^{n-(m-1)} = K^{n-l} = K^{\delta},$$

$$K_{m+1} K_{m+2} ... K_n = K^{(n-m)} = K^{n-(l+1)} = K^{\delta-1}. \qquad (9)$$

З відношення (9) випливає:

$$K^{K_m ... K_n} - K^{K_{m+1} ... K_n} = K^{K^{\delta}} - K^{K^{\delta-1}} = K^{K^{\delta}} (1 - K^{K^{\delta-1} - K^{\delta}}) =$$

$$= K^{K^{\delta}} \left(1 - \frac{1}{K^{K^{\delta-1}(K-1)}}\right) \geq K^{K^{\delta}} \left(1 - \frac{1}{K}\right). \qquad (10)$$

З (9) та (8) будемо мати наступне:

$$K_m K_{m+1} ... K_n = K^{K^{\delta} + j - \delta} \leq K^{K^{\delta} - 1} = K^{K^{\delta}} \frac{1}{K}. \qquad (11)$$

ISSN 2079-0031 (Print) ISSN 2411-0558 (Online)

Так як $K \geq 2$, то $\frac{1}{K} = 1 - \frac{K-1}{K} \leq 1 - \frac{1}{K}$.

Отже з (10) та (11) будемо мати $K^{K_m \dots K_n} - K^{K_{m+1} \dots K_n} \geq K_1 \dots K_{m-1}$.

У випадку виконання (8, б), та зважаючи на визначення ярусу злому [7] будемо мати наступне:

$$K_1 K_2 \dots K_{m-1} = K^{m-1} = K^l = K^{K^{\delta} + j - (\delta+1)},$$

$$K_m K_{m+1} \dots K_n = K^{n-(m-1)} = K^{n-l} = K^{\delta-1},$$

$$K_{m+1} K_{m+2} \dots K_n = K^{n-m} = K^{n-(l+1)} = K^{\delta}. \qquad (12)$$

З (12) випливає наступне:

$$K^{K_m \dots K_n} - K^{K_{m+1} \dots K_n} = K^{K^{\delta+1}} - K^{K^{\delta}} (K^{K^{\delta}(K-1)} - 1). \qquad (13)$$

З (12), (8, б) та того, що $\delta > 0$ та $j < K^{\delta}(K-1)$ будемо мати

$$K_m K_{m+1} \dots K_n = K^{K^{\delta} + j - (\delta+1)} \leq K^{K^{\delta}} K^{j-1} < K^{K^{\delta}} K^{K^{\delta}(K-1)-1}. \qquad (14)$$

Але при $K \geq 2$ та $\delta \geq 0$, $K^{K(K-1)} - 1 \geq K^{K^{\delta}(K-1)-1}$.
Дійсно,

$$K^{K^{\delta}(K-1)} = K^{K^{\delta}(K-1)}\left(1 - \frac{1}{K^{K^{\delta}(K-1)}}\right) \geq \frac{1}{K^{K^{\delta}(K-1)}} \geq K^{K^{\delta}(K-1)}\left(1 - \frac{1}{K}\right) \geq$$

$$\geq K^{K^{\delta}(K-1)}\left(1 - \frac{K-1}{K}\right) = K^{K^{\delta}(K-1)} \frac{1}{K} = K^{K^{\delta}(K-1)-1}. \qquad (15)$$

З (13), (14), (15) отримаємо наступне:

$$K^{K_m \dots K_n} - K^{K_{m+1} \dots K_n} \geq K_1 K_2 \dots K_{m-1}. \qquad (16)$$

Отже, було показано, що у випадку $K_1 = K_2 = \dots = K_n = K \geq 2$ та $K_1 K_2 \dots K_{m-1} < K^{K_m \dots K_n}$ завжди виконується співвідношення (16).

Звідси, з відношення (6) та [6] отримаємо наступні формули для розрахунку $|D_{\max}|$ у випадку $K_1 = K_2 = \dots = K_n = K \geq 2$:

$$|D_{\max}| = \frac{K^{K^{\delta}+1} - 1}{K - 1}, \qquad (17)$$

якщо $n = K^{\delta} + \delta$,

ISSN 2079-0031 (Print) ISSN 2411-0558 (Online)

$$\left|D_{\max}\right| = \frac{K^{K^{\delta}+j-\delta+1}-1}{K-1} + K^{K^{\delta-1}}, \tag{18}$$

якщо $n = K^{\delta} + j$ та $j < \delta$,

$$\left|D_{\max}\right| = \frac{K^{K^{\delta}+j-\delta}}{K-1} + K^{K^{\delta}}, \tag{19}$$

якщо $n = K^{\delta} + j$ та $K^{\delta}(K-1) > j > \delta$.

У випадку $K_1 = K_2 = ... = K_n = K = 2$ отримаємо:

$$\left|D_{\max}\right| = 2^{2^{\delta}+1} - 1, \text{ якщо } n = 2^{\delta} + \delta,$$

$$\left|D_{\max}\right| = 2^{2^{\delta}+j-\delta-1} + 2^{2^{\delta-1}} - 1, \tag{20}$$

якщо $n = 2^{\delta} + j$ та $j < \delta$.

$$\left|D_{\max}\right| = 2^{2^{\delta}+j-\delta} - 1 + 2^{2^{\delta}},$$

якщо $n = 2^{\delta} + j$ та $2 > j > \delta$.

Виходячи з формул (17), (18), (19) можна запропонувати наступний спосіб розрахунку $\left|D_{\max}\right|$ при $K_1 = K_2 = ... = K_n = K \geq 2$.

Спочатку знаходимо таке число δ, що $K^{\delta} \leq n \leq K^{\delta+1}$. Після цього знаходимо $j = n - K^{\delta}$. Потім, в залежності від випадків $j = \delta$, $j < \delta$ та $j > \delta$, розрахунок $\left|D_{\max}\right|$ проводиться відповідно за формулами (17), (18), (19).

Висновки На основі формул (20) можна розрахувати та привести відповідні вибіркові значення d та $\left|D_{\max}\right|$:

1. ($n = 5$, $d = 63$, $\left|D_{\max}\right| = 19$),
2. ($n = 10$, $d = 2047$, $\left|D_{\max}\right| = 271$),
3. ($n = 15$, $d = 65535$, $\left|D_{\max}\right| = 4349$),
4. ($n = 20$, $d = 2097151$, $\left|D_{\max}\right| = 131071$).

Зауважимо, тут $K_1 = K_2 = ... = K_n = K = 2$, d позначає кількість всіх вершин регулярного дерева D при відповідному n.

Отже серед основних результатів роботи можна виділити наступне:

- показані особливості представлення функцій розпізнавання у вигляні логічних дерев, причому структура дерева в більшості випадків не є ортимальною і дозволяє наступний етап мінімізації (складність результуючого дерева є найбільшою або наближається до неї).
- досліджене регулярне логічне дерево та визначено ярус злому даної структури, що дозволяє оцінити рівень складності та можливість мінімізації даного дерева.
- представлені числові оцінки та загальна схема оцінки складності дослідженого регулярного логічного дерева.

Виведені числові оцінки та загальна схема оцінки складності логічного дерева даного дослідження в перспективі дозволяють розробити ефективні моделі схем мінімізації логічних дерев класифікації, а отже отримати мінімальну форму системи розпізнавання дискретних об‘єктів. Отримані результати принципово важливі в задачах, які пов‘язані з логічними деревами класифікації. Робота актуальна для всіх методів розпізнавання образів в яких отримана функція класифікації може бути представлена у вигляді логічного дерева класифікації.

Список літератури:

1. *Quinlan J.R.* Induction of Decision Trees / *J.R. Quinlan* // Machine Learning. – 2008. − № 1. − P. 1-81.

2. *Vtogoff P.E.* Incremental Induction of Decision Trees / *P.E. Vtogoff* // Machine Learning. − 2009. − № 4. − P. 161-186.

3. *Василенко Ю.А.* Проблема оцінки складності логічних дерев розпізнавання та загальний метод їх оптимізації / *Ф.Г. Ващук, Ю.А. Василенко, І.Ф. Повхан* // Науково технічний журнал "European Journal of Enterprise Technologies". – 2011. – 6/4 (54). – С. 24-28.

4. *Василенко Ю.А.* Загальна оцінка мінімізації деревоподібних логічних структур / *Ю.А. Василенко, Ф.Г. Ващук, І.Ф. Повхан* // Науково технічний журнал "European Journal of Enterprise Technologies". – 2012. – 1/4 (55). – С. 29-33.

5. *Srikant R.* Mining generalized association rules / *R. Srikant, R. Agrawal* // Future Generation Computer Systems. – 2015. – Vol. 13. – № 2. – P. 161-180.

6. *Povhan I.* Designing of recognition system of discrete objects / *I.F. Povhan* // 2016 IEEE First International Conference on Data Stream Mining & Processing (DSMP), Lviv, Ukraine. – 2016. – P. 226-231.

7. *Povhan I.* General scheme for constructing the most complex logical tree of classification in pattern recognition discrete objects / *I.F. Povhan* // Збірник наукових праць "Електроніка та інформаційні технології", Львів. – 2019. – Випуск 11. – С. 112-117.

8. *Toivonen H.* Sampling large databases for association rules // In Proc. 1996 Int. Conf. Very Large Data Bases / *Ed. by T.M. Vijayaraman, A.P. Buchmann, C. Mohan, N.L. Sarda*. – Morgan Kaufman, 1996. – P. 134-145.

9. *Whitley D.* An overview of evolutionary algorithms: practical issues and common pitfalls / *D. Whitley* // Information and Software Technology. – 2001. – Vol. 43. – №14. – P. 817-831.

10. *Zheng Z.* Real world performance of association rule algorithms / *Z. Zheng, R. Kohavi, L. Mason* // Proceedings of the Seventh ACM SIGKDD International Conference on Knowledge Discovery and Data Mining / *Ed. by F. Provost, R. Srikant*. – 2001. – P. 401-406.

11. *Bodyanskiy Y.* Hybrid neuro-neo-fuzzy system and its adaptive learning algorithm / *Y. Bodyanskiy, O. Vynokurova, G. Setlak, I. Pliss* // Xth Scien. and Tech. Conf. "Computer Sciences and Information Technologies" (CSIT), 2015, Lviv, 2015, P. 111-114.

References:

1. Quinlan, J.R. (2008), "Induction of Decision Trees", *Machine Learning*, No. 1, pp. 1-81.
2. Vtogoff, P.E. (2009), "Incremental Induction of Decision Trees", *Machine Learning*, No 4, pp. 161-186.
3. Vashchuk, F.G., Vasilenko, Y.A., and Povhan, I.F. (2011), "The problem of evaluation of complexity of logic trees, recognition, and a general method of optimization", *Scientific and technical journal "European Journal of Enterprise Technologies"*, 6/4(54), pp. 24-28.
4. Vasilenko, Y.A., Vashchuk, F.G., and Povhan, I.F. (2012), "Overall assessment of minimization of logical tree structures", *Scientific and technical journal "European Journal of Enterprise Technologies"*, No. 1/4 (55), pp. 29-33.
5. Srikant, R., Agrawal, R. (2015), "Mining generalized association rules", *Future Generation Computer Systems*, Vol. 13, No. 2. pp. 161-180.
6. Povhan, I. (2016), "Designing of recognition system of discrete objects", *2016 IEEE First International Conference on Data Stream Mining & Processing (DSMP)*, Lviv, Ukraine, pp. 226-231.
7. Povhan, I. (2019), "General scheme for constructing the most complex logical tree of classification in pattern recognition discrete objects', *Collection of scientific papers "Electronics and information technologies"*, Lviv, Issue 11, pp. 112-117.
8. Toivonen, H. (1996), "Sampling large databases for association rules", *In Proc. 1996 Int. Conf. Very Large Data Bases,* Morgan Kaufman, pp. 134-145.
9. Whitley, D. (2001), "An overview of evolutionary algorithms: practical issues and common pitfalls", *Information and Software Technology,* Vol. 43, No. 14, pp. 817-831.
10. Zheng, Z., Kohavi, R., Mason, L. (2001), "Real world performance of association rule algorithms" *Proceedings of the Seventh ACM SIGKDD International Conference on Knowledge Discovery and Data Mining,* pp. 401-406.
11. Bodyanskiy, Y., Vynokurova, O., Setlak, G. and Pliss, I. (2015), "Hybrid neuro-neo-fuzzy system and its adaptive learning algorithm", *X-th Scien. and Tech. Conf. "Computer Sciences and Information Technologies" (CSIT)*, Lviv, pp. 111-114.

Статтю представив д.т.н., професор, кафедри програмного забезпечення систем ДВНЗ "Ужгородський національний університет" Головач Й.Г.

Надійшла (received) 03.05.2019

Повторно 05.06.2019

Povhan Igor, Cand. Tech. Sci.
Uzhgorod national university, Ukraine
Narodna Square 3, Uzhgorod, Ukraine, 88000
e-mail: Igor.povkhan@uzhnu.edu.ua
ORCID ID: 0000-0002-7034-8702

УДК 004.8: 004.89: 519.7
Задача загальної оцінки складності максимального побудованого логічного дерева класифікації / Повхан І.Ф. // Вісник НТУ "ХПІ". Серія: Інформатика та моделювання. – Харків: НТУ "ХПІ". – 2019. – № 1. – С. 77 – 88.

Робота присвячена проблемам теорії розпізнавання дискретних об‘єктів, які пов‘язані з загальною оцінкою складності результуючого логічного дерева класифікації. Дається загальна оцінка складності отриманих граф-схемних моделей у вигляді логічних дерев. Виведені числові оцінки в перспективі дозволяють розробити ефективні моделі схем мінімізації логічних дерев класифікації, а отже отримати мінімальну форму системи розпізнавання дискретних об‘єктів. Отримані результати принципово важливі в задачах, які пов‘язані з логічними деревами класифікації. Робота актуальна для всіх методів розпізнавання образів в яких отримана функція класифікації може бути представлена у вигляді логічного дерева. Бібліогр.: 11 назв.

Ключові слова: розпізнавання образів; логічне дерево; граф-схемні моделі; оцінка складності.

УДК 004.8: 004.89: 519.7
Задача общей оценки сложности максимального синтезированого логического дерева классификации / Повхан И.Ф. // Вестник НТУ "ХПИ". Серия: Информатика и моделирование. – Харьков: НТУ "ХПИ". – 2019. – № 1. – С. 77 – 88.

Работа посвящена проблемам теории распознавания дискретных объектов, которые связаны с общей оценкой сложности результирующего логического дерева классификации. Дается общая оценка сложности полученных граф-схемных моделей в виде логических деревьев. Выведены числовые оценки в перспективе позволяют разработать эффективные модели схем минимизации логических деревьев классификации, а следовательно получить минимальную форму системы распознавания дискретных объектов. Полученные результаты принципиально важны в задачах, которые связаны с логическими деревьями классификации. Работа актуальна для всех методов распознавания образов в которых полученная функция классификации может быть представлена в виде логического дерева. Библиогр.: 11 назв.

Ключевые слова: распознавание образов; логическое дерево; граф-схемные модели; оценка сложности.

UDC 004.8: 004.89: 519.7
The problem of the overall complexity evaluation of the maximum logical classification tree / Povhan I.F. // Herald of the National Technical University "KhPI". Series of "Informatics and Modeling". – Kharkov: NTU "KhPI". – 2019. – № 1. – С. 77 – 88.

The work is devoted to the problems of the theory of recognition of discrete objects, which are associated with a general assessment of the complexity of the resulting logical classification tree. A general estimation of the complexity of the obtained graph-circuit models in the form of logical trees is given. Numerical estimates in the long term allow us to develop effective models of schemes for minimization of logical classification trees, and therefore to obtain the minimum form of the system of recognition of discrete objects. The results obtained are fundamentally important in problems that are related to logical classification trees. The work is relevant for all methods of pattern recognition in which the resulting classification function can be represented as a logical tree. Refs.: 11 titles.

Keywords: methods of pattern recognition; logical tree; graph-circuit models; estimation of complexity.