УДК 519.85 **DOI: 10.20998/2411-0558.2016.44.05**

А.І. КОСОЛАП, д-р. фіз.-мат. наук, проф, зав. каф., Український державний хіміко-технологічний університет, Дніпро
Г.М. КОДОЛА, викл., Український державний хіміко-технологічний університет, Дніпро

ОПТИМІЗАЦІЯ В ЗАДАЧАХ ЛІНІЙНОГО РОЗКРОЮ МАТЕРІАЛІВ

В статті розглянута класична задача лінійного розкрою, яка є NP-складною. Для розв'язку даного класу задач пропонується метод точної квадратичної регуляризації (EQR), який є ефективним для розв'язання задач неперервної оптимізації великої розмірності. Проведені обчислювальні експерименти для задач лінійного розкрою засвідчили перевагу методу EQR над методом розгалужень та границь, як по часу так і по точності розв'язку. Приведені приклади це підтверджують. Табл.: 6. Бібліогр.: 14 назв.

Ключові слова: лінійний розкрій, оптимізація, метод точної квадратичної регуляризації.

Постановка проблеми та аналіз останніх досліджень і публікацій. Задачі лінійного розкрою матеріалів виникають в багатьох галузях промисловості: машинобудуванні, металургії, деревообробної та швейної промисловості, целюлозно-паперової промисловості та ін. Оптимальний розкрій матеріалів дозволяє мінімізувати відходи виробництва, тому даній темі присвячені численні дослідження. Близькою задачею до розкрою є задача лінійного пакування, яка виникає в різних галузях, зокрема в інформаційних системах, наприклад, завдання розподілу обмеженого структурованого ресурсу з метою раціоналізації структури зберігання аналітичної бази даних індивідуальної інформаційної системи – розбиття доступного обсягу ресурсу на квазістатичний і динамічний розділи, перший з яких призначається для постійного зберігання найкращого набору об'єктів, а другий – для динамічного завантаження або генерації рідко запитуваних об'єктів [1].

Значний економічний потенціал, властивий завданням раціонального розкрою, їх невід'ємний зв'язок з реальним виробництвом, а також стрімкий розвиток обчислювальної техніки пояснює актуальність даної теми і донині.

Але розв'язок задач оптимального лінійного розкрою і сьогодні є складною обчислювальною проблемою. Існуючі методи розгалужень та границь для цього класу задач дозволяють отримати розв'язки тільки для задач малої розмірності, а евристичні та стохастичні методи дають досить часто розв’язки далекі від оптимальних.

Завдання про раціональний розкрій вперше була сформульована Л.В. Канторовичем [2] в 1939 році. Він зазначив, що задача формування такого плану розкрою, яка дозволяє отримати заготовки в потрібному асортименті і при цьому забезпечує мінімальні витрати матеріалу, є типовою задачею лінійного програмування. Істотний внесок у розробку теорії і методів вирішення задач раціонального розкрою внесли американські вчені Гілмор і Гомори [3], які займалися вивченням розкрою на підприємствах з виробництва паперу та скла в першій половині 60-х років. Розв’язку задач раціонального розкрою присвячені монографії [4, 5].

Питання класифікації задач раціонального розкрою і пакування, були розглянуті в [6 – 8]. В роботі [9] приведений огляд методів розв’язування класичних задач розкрою-пакування.

Задача раціонального розкрою відноситься до класу NP-повних дискретних оптимізаційних задач комбінаторного типу. Слід розрізняти наближені і точні методи розв’язку задач дискретної оптимізації. До наближених методів, в свою чергу, відносять евристики і метаевристики [8].

Розробка точних методів побудови оптимальних планів розкрою ведеться досить давно. Поширені підходи передбачають використання методу відсікання для розв’язку відповідних задач цілочисельного лінійного програмування або реалізацію ефективних переборних алгоритмів на основі загальної схеми методу гілок і меж [9, 10]. Складність цих методів зростає експоненційно при зростанні розмірності задачі.

Евристичні методи не гарантують отримання оптимальних рішень, але при цьому відрізняються порівняльною простотою і дозволяють при незначних витратах отримувати рішення, прийнятні для практичного використання. Евристичні методи, використовувані для розв’язання задач раціонального розкрою, умовно можна поділити на дві групи. Методи першої групи ґрунтуються на розв’язанні допоміжної задачі лінійного програмування. Отримане рішення розкрійної задачі не є цілочисельним і потребує відповідної корекції. У методах другої групи застосовується інший підхід, який передбачає покрокову побудову допустимого розв’язку за кінцеве число ітерацій [11].

Метаевристичні методи набули широкої популярності відносно недавно і стрімко еволюціонували від простих концепцій до складних ієрархічних моделей, які відтворюють організацію і поведінку об’єктів живої і неживої природи, в тому числі і людини. Узагальнена структура довільного метаевристичного методу передбачає наявність інтелектуальної стратегії, яка керує проблемно-орієнтованою евристикою нижнього рівня і запобігає збіжність до локальних екстремумів. Прикладами метаевристик є – імітація відпалу, пошук із заборонами, різні види еволюційних алгоритмів, метод мурашиної колонії і т. і. Ефективність метаевристичних методів у розв'язанні задач раціонального розкрою підтверджена безліччю успішних досліджень [12].

В роботі для задач лінійного розкрою використовується новий метод точної квадратичної регулярізації (EQR) [13], який є ефективним для розв'язку задач розкрою великої розмірності.

Мета роботи – адаптувати метод точної квадратичної регуляризації для розв'язку задач лінійного розкрою. Цей метод показав значні переваги над існуючими методами пошуку глобального екстремуму для неперервних задач оптимізації [2].

Постановка задачі лінійного розкрою матеріалів передбачає: маються вихідні заготівлі заданого розміру L, які необхідно розкроїти на m заготівель заданої довжини $q_1, q_2, ..., q_m$. Відома потреба $b_1, b_2, ..., b_m$ в заготівлях відповідної довжини. Для математичної постановки задачі необхідно визначити технологічну матрицю варіантів розкрою ("карта розкрою") вихідної заготівлі на заготівлі заданої довжини. Дана матриця породжує матрицю A, де елемент a_{ij} означає кількість заготівель i-го виду при j-тої технології розкрою. Пов'язуємо з кожною технологією позитивну цілу змінну x_i, яка показує скільки раз i-та технологія розкрою використовувалась. Для кожної технології розкрою визначим вектор залишків c. Тоді задача оптимального розкрою полягає в наступному:

Знайти

$$\min\{\sum_{i=1}^{n} c_i x_i \mid \sum_{i=1}^{n} a_{ij} x_i \geq b_j, \forall j = 1, ..., m, \quad x_i \geq 0, \text{цілі}\}, \qquad (1)$$

що дозволяє мінімізувати залишки розкрою.

Як було сказано раніше, математичною моделлю задач розкрою є оптимізаційні задачі з цілочисельними змінними. Такі задачі складні для чисельного розв'язку. Найчастіше використовується метод гілок і меж, складність якого зростає експоненціально при збільшенні розмірності задачі. В даній роботі для розв'язку задач лінійного розкрою було запропоновано новий метод точної квадратичної регулярізації (EQR) [13].

Перетворимо дискретну задачу (1) до неперервної

$$\min\{\sum_{i=1}^{n} c_i x_i \mid \sum_{i=1}^{n} a_{ij} x_i \geq b_j, \forall j = 1, ..., m, \; x_i \geq 0, \sum_{i=1}^{n}(1-\cos(2\pi x_i)) \leq 0\}, \quad (2)$$

де добавленому обмеженню задовольняють тільки цілі значення x_i.

Використаємо точну квадратичну регулярізацію для перетворення задачі (2) до вигляду [12]:

$$\max\{\|z\|^2 \mid \sum_{i=1}^{n} c_i x_i + s + (r-1)\|z\|^2 \leq d,$$

$$\sum_{i=1}^{n} a_{ij} x_i \geq b_j, \forall j = 1,..., m, \quad (3)$$

$$x_i \geq 0, \; \sum_{i=1}^{n}(1-\cos(2\pi x_i)) + r\|z\|^2 \leq d\},$$

де $z = (x, x_{n+1})$.

Задача (3) містить нову змінну d, та два нових параметра s, r. Для того, щоб допустима множина задачі (3) була опуклою достатньо визначити $r \geq 40$.

Параметр s визначаємо з нерівності

$$s \geq \|x^*\| - \sum_{i=1}^{n} c_i x_i^*,$$

де x^* – розв’язок задачі (1).

Розв’язок задачі (3) виконується в 3 етапи.

На першому етапі знаходимо початкове значення d з розв’язку опуклої задачі:

$$\max\{d \mid \sum_{i=1}^{n} c_i x_i + s + (r-1)\|z\|^2 \leq d,$$

$$\sum_{i=1}^{n} a_{ij} x_i \geq b_j, \; \forall j = 1, ..., m,$$

$$x_i \geq 0, \quad \sum_{i=1}^{n}(1-\cos(2\pi x_i)) + r\|z\|^2 \leq d\},$$

яка ефективно розв’язується методом локальної оптимізації, наприклад, прямо-двоїстим методом внутрішньої точки [14]. Якщо для розв’язку

(z^* d^*), даної задачі виконується умова $r\|z^*\|^2 = d^*$, то її розв'язок співпадає з розв'язком задачі (2).

На другому етапі в задачі (3) необхідно знайти мінімальне значення d, для якого виконується умова

$$r\sum_{i=1}^{n+1} z_i^2 = d\,. \tag{4}$$

Для цього використовуємо метод дихотомії, змінюючи значення d, з певним кроком, та розв'язуючи для кожного фіксованого d задачу (3). При збільшенні d ліва частина виразу (4) буде монотонно збільшуватись до виконування рівності. Крок зміни значення d може бути різним для кожної ітерації. Його слід вибирати в залежності від швидкості спадання цільової функції задачі (2) та ступеня наближеності до рівності (4).

На третьому етапі розв'язуємо задачу (2), в якості вихідних даних використовуючи знайдені x_i на попередньому етапі.

Таким чином, суть методу EQR полягає в наступному:

– використовується точна квадратична регуляризація для перетворення задачі (1) до задачі максимуму норми вектора на опуклій множині (3);

– в задачі (3) знаходиться мінімальне значення змінної d методом дихотомії. Для кожного фіксованого значення d розв'язується задача (3) прямо-двоїстим методом внутрішньої точки. Метод дихотомії завершує роботу при виконанні умови (4) з заданою точністю. Для знайденого значення d розв'язок задачі (3) співпадає з розв'язком задачі (1).

Теоретичне обґрунтування методу EQR приведено в роботі [14].

Розглянемо приклади задач лінійного розкрою.

Приклад 1. Маємо вихідну заготівлю довжиною 12 м. Необхідно виконати замовлення: потрібно розкроїти вихідну заготівлю на деталі довжиною 2 м в кількості 101 штуки, 3 м в кількості 100 штук, 4 м в кількості 75 штук с мінімальною кількістю відходів.

Таким чином, маємо: $L=12$; $m=3$; $q_1=2$, $q_2=3$, $q_3=4$; $b_1=101$, $b_2=100$, $b_3=75$.

Карта розкрою (технологічна матриця варіантів розкрою) відображена в табл. 1, де мається 10 варіантів розкрою, тобто $n=10$. З кожною технологією розкрою пов'яжемо позитивну цілу змінну x_i, $i=\overline{1,n}$. Останній рядок таблиці 1 відображає відходи при використанні відповідної технології.

Таблиця 1

Технологічна матриця варіантів розкрою

	Технології розкрою									
	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6	x_7	x_8	x_9	x_{10}
	2	2	2	2	2	2	3	3	3	4
	2	2	2	2	2	3	3	3	4	4
	2	2	2	2	4	3	3	4	4	4
	2	2	2	3	4	3	3	2	0	0
	2	3	4	3	0	0	0	0	0	0
	2	0	0	0	0	0	0	0	0	0
c_i	0	1	0	0	0	1	1	0	1	0

Дана карта породжує матрицю *A*, яку відобразимо в табл. 2.

Таблиця 2

Кількість заготівель i -го виду, при j -тої технології розкрою

	Технології розкрою									
	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6	x_7	x_8	x_9	x_{10}
2 м	6	4	4	3	2	1	0	1	0	0
3 м	0	1	0	2	0	3	4	2	1	0
4 м	0	0	1	0	2	0	0	1	2	3

Розв'язок задачі, з використанням точної квадратичної регулярізації, представлено в табл. 3.

Таблиця 3

Варіанти розв'язку задачі

	Технології розкрою										Кіль-кість заготі-вель	Відходи
	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6	x_7	x_8	x_9	x_{10}		
1	4	0	5	1	3	0	0	48	2	4	67	2
2	5	0	3	0	5	2	0	47	0	5	67	2
3	0	0	5	3	13	2	0	44	0	0	67	2
4	2	0	8	0	4	0	0	49	2	2	67	2
5	1	0	10	0	3	2	0	47	0	4	67	2
6	6	0	0	0	9	0	1	48	0	3	67	1
7	1	2	4	0	11	0	1	49	0	0	68	3
8	1	2	4	0	12	0	1	47	0	0	67	3
9	0	0	0	20	7	0	1	28	0	0	67	1

З табл. 3 видно, що серед дев'яти варіантів розв'язку задачі шостий та дев'ятий варіанти – самі найкращі, тому що для них найменша кількість заготівель використовується для розкрою з найменшими відходами.

Розв'язок цієї задачі методом розгалужень та границь протягом 60 хвилин за допомогою надбудови "Пошук рішень" дав значення цільової функції рівне 19, яке далеке від оптимального.

Приклад 2. Маємо вихідну заготівлю довжиною 20 м. Необхідно виконати розкрій: потрібно розкроїти вихідну заготівлю на деталі довжиною 2 м в кількості 300 штуки, 3 м в кількості 240 штук, 4 м в кількості 165 штук з мінімальною кількістю відходів.

Таким чином, маємо: $L = 20$; $m = 3$; $q_1 = 2$, $q_2 = 3$, $q_3 = 4$; $b_1 = 307$, $b_2 = 240$, $b_3 = 165$.

Карта розкрою (технологічна матриця варіантів розкрою) відображена в табл. 4, де є 21 варіант розкрою, тобто $n = 21$.

Таблиця 4

Технологічна матриця варіантів розкрою

	Технології розкрою																				
	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6	x_7	x_8	x_9	x_{10}	x_{11}	x_{12}	x_{13}	x_{14}	x_{15}	x_{16}	x_{17}	x_{18}	x_{19}	x_{20}	x_{21}
1	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	3	4
2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	3	3	3	4	4
3	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	3	3	3	4	3	3	3	4	4
4	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	3	3	3	3	4	4	3	3	4	4	4
5	2	2	2	2	2	2	2	3	3	4	3	3	3	3	4	4	3	4	4	4	4
6	2	2	2	2	2	3	3	3	4	4	3	4	3	3	4	4	3	4	4	0	0
7	2	2	2	2	3	3	3	3	4	4	4	4	3	4	0	0	3	0	0	0	0
8	2	2	2	3	4	3	4	3	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
9	2	3	4	3	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
10	2	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
c_i	0	1	0	0	1	1	0	0	1	0	1	0	1	0	1	0	0	1	0	1	0

В табл. 5 відображена матриця *A*, яку отримали на основі карти розкрою, представленої в табл. 4.

Таблиця 5

Кількість заготівель i-го виду при j-тої технології розкрою

	Технології розкрою																				
	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6	x_7	x_8	x_9	x_{10}	x_{11}	x_{12}	x_{13}	x_{14}	x_{15}	x_{16}	x_{17}	x_{18}	x_{19}	x_{20}	x_{21}
2 м	10	8	8	7	6	5	5	4	4	4	3	3	2	2	2	2	1	1	1	0	0
3 м	0	1	0	2	1	3	2	4	1	0	3	2	5	4	1	0	6	3	2	1	0
4 м	0	0	1	0	1	0	1	0	2	3	1	2	0	1	3	4	0	2	3	4	5

Розв'язок задачі, з використанням точної квадратичної регулярізації, представлено в табл. 6.

Таблиця 6

Розв'язок задачі

Технології розкрою																					Кіль-кість заго-тівель	Від-ходи
x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6	x_7	x_8	x_9	x_{10}	x_{11}	x_{12}	x_{13}	x_{14}	x_{15}	x_{16}	x_{17}	x_{18}	x_{19}	x_{20}	x_{21}		
27	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	40	0	0	0	33	100	0

З табл. 6 видно, що отриманий розв'язок задачі представляє варіанти розкрою з найменшою кількість заготівель та з відходами, що дорівнюють 3-м додатковим заготівлям довжиною 2 м. Розв'язок цієї задачі методом розгалужень та границь після 60 хвилин розрахунку надбудовою "Пошук рішень" було перервано та отримано розкрій з відходами, що дорівнюють 16.

Висновки. Для розв'язку задач лінійного розкрою побудована математична оптимізаційна модель. Адаптовано метод EQR для розв'язку цього класу задач. Проведені обчислювальні експерименти для задач лінійного розкрою засвідчили перевагу методу EQR над методом розгалужень та границь, як по часу так і по точності розв'язку. Приведені приклади це підтверджують. Метод EQR може бути застосовано для розв'язку задач лінійного розкрою великої розмірності, адже він використовує тільки перетворення простору, ефективний прямо-двоїстий метод внутрішньої точки та метод дихотомії.

Список літератури: **1.** *Брейман А.Д.* Рациональная организация данных аналитического компонента в индивидуальных информационных системах с использованием алгоритма упаковки с динамической внутренней границей объема / *А.Д. Брейман, М.В. Ульянов* // Справочник. Инженерный журнал. – № 12. – 2004. – С. 17-22. **2.** *Канторович Л.В.* Рациональный раскрой промышленных материалов / *Л В. Канторович, В.А. Залгаллер* // Изд. 3-е, испр. и доп. СПб.: Невский Диалект, 2012. – 303 с. **3.** *Gilmore P.C.* A linear programming approach to cutting-stock problem / *P.C. Gilmore, R.E. Gomory* // Operations Research. – 1961. – Vol. 9, № 6. – P. 849-859. **4.** *Стоян Ю.Г.* Математические модели и оптимизационные методы геометрического проектирования / *Ю.Г. Стоян, С.В. Яковлев.* – К.: Наук. думка, 1986. – 268 с. **5.** *Мухачева Э.А.* Рациональный раскрой промышленных материалов: Применение АСУ / *Э.А. Мухачева.* – М.: Машиностроение, 1984. – 176 с. **6.** *Dyckhoff H.* Cutting and packing in production and distribution: A typology and bibliography / *H. Dyckhoff, U. Finke.* – Heidelberg: Physica-Verlag, 1992. – 248 p. **7.** *Wascher G.* An improved typology of cutting and packing problems / *G. Wascher, H. Haussner, H. Schumann* // European Journal of Operational Research. – 2007. – Vol. 183. – № 3. – P. 1109–1130. **8.** *Валиахметова Ю.И.* Теория оптимального использования ресурсов Л.В. Канторовича в задачах раскроя-упаковки: обзор и история развития методов решения / *Ю.И. Валиахметова, А.С. Филиппова* // Вестник Уфимского государственного авиационного технического университета. – 2014. – № 1 (62). – Том. 18 – С. 186-197. **9.** *Балабанов В.Н.* Многокритериальная задача рационального планирования продольного раскроя рулонного материала / *В.Н. Балабанов* // Проблемы информационных технологий. – 2009. – № 2 (006). – Режим доступу: http://www.nbuv.gov.ua/old_jrn/natural/Pit/2009_2/Balab.htm/ – 17.11.2016. – Назва з екрану. **10.** *Belov G.* A cutting plane algorithm for the one-dimensional cutting stock problem with multiple stock lengths / *G. Belov, G. Scheithauer* // European Journal of Operational Research. – 2002. – Vol. 141. – № 2. – P. 274-294. **11.** *Fekete S.P.* An exact algorithm for higher-dimensional orthogonal packing / *S.P. Fekete, J. Schepers, J.C. van der Veen* // Operations Research. – 2007. – Vol. 55. – № 3. – P. 569-587. **12.** *Poldi K.C.* Heuristics for the one-dimensional cutting stock problem with limited multiple stock lengths / *K.C. Poldi, M.N. Arenales* // Computers & Operations Research. – 2009. – Vol. 36. – № 6. – P. 2074-2081. **13**. *Nocedal J.* Numerical optimization / *J. Nocedal, S.J. Wright.* – Springer, 2006. – 685 p. **14.** *Косолап А.И.* Глобальная оптимизация. Метод точной квадратичной регуляризации / *А.И. Косолап.* – Днепропетровск: ПГАСА, 2015. – 164 с.

References:

1. Brejman, A. and Ul'janov, M. (2004), "The rational organization of the data of the analytical component in the individual information systems with the use of an algorithm with dynamic packaging internal volume abroad", *Directory. Engineering magazine*, No 12, pp. 17-22.

2. Kantorovich, L.V. and Zalgaller, V.A. (2012), *A rational cutting of industrial materials, Edition 3, revised and enlarged*, Nevskij Dialekt, Saint Peterburg, 303 p.

3. Gilmore, P.C. and Gomory, R.E. (1961), "A linear programming approach to cutting-stock problem", *Operations Research*, Vol. 9, No 6, pp. 849-859.

4. Stojan, Ju.G. and Jakovlev, S.V. (1986). *Mathematical models and optimization methods of the geometrical design*, Naukova dumka, Kiev, 268 p.

5. Muhacheva, Je.A,. (1984), *A rational cutting of industrial materials*: *The use of ACS*, Mashinostroenie, Moscow, 176 p.

6. Dyckhoff, H. and Finke, U. (1992), *Cutting and packing in production and distribution*: *A typology and bibliography*, Physica-Verlag, Heidelberg, 248 p.

7. Wascher, G., Haussner H. and Schumann H. (2007), "An improved typology of cutting and packing problems", *European Journal of Operational Research*, Vol. 183, No 3, pp.1109-1130.

8. Valiahmetova, Ju.I. and Filippova, A.S. (2014), "The theory of optimal use of resources Kantorovich in cutting-packing problems: an overview and history of the development of methods for solving", *Bulletin of the Ufa State Aviation Technical University*, No 1 (62), pp. 186-197.

9. Balabanov, V.N. (2009), "Multicriteria task of rational planning of the longitudinal cutting of the web material", *The problems of information technologies*, No 2 (006). – http://www.nbuv.gov.ua/old_jrn/natural/Pit/ 2009_2/Balab.htm/ – 17.11.2016.

10. Belov, G. and Scheithauer G. (2002), "A cutting plane algorithm for the one-dimensional cutting stock problem with multiple stock lengths", *European Journal of Operational Research*, Vol. 141, No 2, pp. 274-294.

11. Fekete, S.P., Schepers, J. and van der Veen, J.C. (2007) "An exact algorithm for higher-dimensional orthogonal packing", *Operations Research*, Vol. 55, No 3, pp. 569-587.

12. Poldi, K.C. and Arenales, M.N. (2009) "Heuristics for the one-dimensional cutting stock problem with limited multiple stock lengths", *Computers & Operations Research*, Vol. 36, No 6, pp. 2074-2081.

13. Nocedal, J. and Wright, S.J. (2006), *Numerical optimization*, Springer, 685 p.

14. Kosolap A.I. (2015), *Global optimization. The method of exact quadratic regularization*, PGASA, Dnepropetrovsk, 164 p.

Статью представил д-р техн. наук, профессор НТУ "ХПИ" Серков А.А.

Надійшла (*received*) 06.12.2016

Kosolap Anatolii, Dr.Ph.-m.Sc., Professor,
The Ukrainian State Chemical-Technological University
Ave Gagarin, 8, Dnipropetrovsk, Ukraine, 49005
e-mail: anivkos@ua.fm.

Kodola Galina, Lecturer
The Ukrainian State Chemical-Technological University
Ave Gagarin, 8, Dnipropetrovsk, Ukraine, 49005
Tel.: (067) 636 34 94; e-mail: gkodola@gmail.com

УДК 519.85

Оптимізація в задачах лінійного розкрою матеріалів / Косолап А.І., Кодола Г.М. // Вісник НТУ "ХПІ". Серія: Інформатика та моделювання. – Харків: НТУ "ХПІ". – 2016. – № 44 (1216). – С. 56 – 66.

В статті розглянута класична задача лінійного розкрою, яка є NP-складною. Для розв’язку даного класу задач пропонується метод точної квадратичної регуляризації (EQR), який є ефективним для розв’язання задач неперервної оптимізації великої розмірності. Проведені обчислювальні експерименти для задач лінійного розкрою засвідчили перевагу методу EQR над методом розгалужень та границь, як по часу так і по точності розв’язку. Приведені приклади це підтверджують. Табл.: 6. Бібліогр.: 14 назв.

Ключові слова: лінійний розкрій, оптимізація, метод точної квадратичної регуляризації.

УДК 519.85

Оптимизация в задачах линейного раскроя материалов / Косолап А.И., Кодола Г.Н. // Вестник НТУ "ХПИ". Серия: Информатика и моделирование. – Харьков: НТУ "ХПИ". – 2016. – № 44 (1216). – С. 56 – 66.

В статье рассмотрена классическая задача линейного раскроя, которая является NP-сложной. Для решения данного класса задач предлагается метод точной квадратичной регуляризации (EQR), который является эффективным для решения задач непрерывной оптимизации большой размерности. Проведенные вычислительные эксперименты для задач линейного раскроя показали преимущество метода EQR над методом ветвей и границ, как по времени так и по точности решения. Приведенные примеры это подтверждают. Табл.: 6. Библиогр.: 14 назв.

Ключевые слова: линейный раскрой, оптимизация, метод точной квадратичной регуляризации.

UDC 519.85

Optimization problems of linear cutting materials / Kosolap A.I., Kodola G.N. // Herald of the National Technical University "KhPI". Subject issue: Information Science and Modelling. – Kharkov: NTU "KhPI". – 2016. – №. 44 (1216). – P. 56 – 66.

In the article the classic problem of linear cutting, which is NP-difficult. For solving this class of problems a method for accurate quadratic regularization (EQR), which is effective for solving problems of continuous optimization of large dimensions. Conducted computing experiments for problems of linear cutting method showed superiority over EQR by branch and bound, both in time and the accuracy of the interpretation. The examples confirm this. Tabl. 6. Refs.: 14 titles.

Keywords: linear cutting, optimization, method accurate quadratic regularization.