Вісник Національного технічного університету "ХПІ", 2018, № 42 (1318)
ISSN 2079-0031 (Print) ISSN 2411-0558 (Online)

УДК 004.932:519.652 **DOI: 10.20998/2411-0558.2018.42.11**

В. В. МОРОЗ, канд. техн. наук, проф., ОНУ, Одеса,
А. В. КОНДРАТЮК, студентка, ОНУ, Одеса

ВАРІАЦІЙНІ МЕТОДИ ОЦІНКИ РУХУ В ЗАДАЧАХ КОМП'ЮТЕРНОГО ЗОРУ

Розглянуто модель оптичного потоку для оцінки видимого руху. Наведено знаходження рівняння оптичного потоку шляхом розкладання у ряд Тейлора неперервної функції інтенсивності зображення. Проаналізовані основні проблеми розрахунку оптичного потоку та основні варіаційні методи оцінки оптичного потоку, що базуються на методі регуляризації Тихонова та Арсеніна для вирішення некоректно поставлених задач. Іл.: 1. Бібліогр.: 15 назв.

Ключові слова: модель; оптичний потік; оцінка руху; інтенсивність зображення; некоректно поставлена задача.

Постановка проблеми. Теорія, моделі та методи аналізу, обробки і розуміння зображень є основою для побудови систем комп'ютеризованої медичної діагностики, систем військового застосування для виявлення живої сили і транспортних засобів противника, систем наведення ракет, систем управління автономними транспортними засобами і роботами, пілотними та безпілотними літальними апаратами, дослідження біологічних процесів росту від молекулярного рівня до рівня екосистем та багатьох інших. Аналіз послідовностей зображень дозволяє розпізнавати і аналізувати динамічні процеси шляхом визначення видимого руху. Рух є невід'ємною частиною нашого візуального досвіду, яка дає істотне джерело інформації для різноманітних візуальних задач у багатьох галузях.

Оцінка руху – одна з центральних проблем в області комп'ютерного зору, яка широко застосовується у процесах стиснення і обробки відео, пошуку рухомих об'єктів, супроводження об'єктів, розрахунку параметрів руху: швидкості, траєкторії і характерних ознак руху.

Процес аналізу послідовності кадрів з метою ідентифікації рухомих об'єктів зводиться до оцінки руху, яка ґрунтуються на концепції оптичного потоку (ОП). ОП є моделлю видимого руху об'єктів, поверхонь та границь в візуальній сцені і може бути обчислений за допомогою градієнта, як міри зміни інтенсивності за одиницю часу. Але поле ОП є лише апроксимацією тривимірного (3D) руху точок об'єктів для двомірних (2D) зображень в кадрах. Ефективність обчислення ОП значною мірою залежить від моделі зображення. Якщо зображення описується меншим числом базисних функцій, то зменшується

ISSN 2079-0031 (Print) ISSN 2411-0558 (Online)

складність обчислення ОП. Але такі базиси існують лише для глобально гладких зображень, а більшість реальних двомірних сигналів зображень не є такими. Більшість з існуючих методів гладких апроксимацій послідовностей зображень ґрунтуються на методах наближення 2D даних, не є адаптивними, мають високу надмірність в структурі зображень та сильну анізотропію. Так вейвлетні апроксимації, маючи добру просторову локалізацію і чутливість до зміни масштабу, не чутливі до змін орієнтації. Геометричні апроксимації дають можливість відчувати зміни орієнтації, але для їх побудови найбільш ефективні адаптивні методи, які вимагають апріорі наявність словників, розробка яких є нетривіальною задачею.

Побудова гладких апроксимацій послідовностей зображень на основі просторового та часового масштабування дозволяє підвищити ефективність обчислення ОП, значно зменшити об'єми даних при кодуванні та передачі динамічних зображень, покращити результативність методів видалення шуму, сегментації, знаходження границь, розпізнавання образів.

В зв'язку з цим, модифікація існуючих і розробка нових моделей та методів обчислення ОП в послідовностях зображень на основі просторово-часових апроксимацій є актуальною задачею.

Оптичним потоком називається відображення видимого руху, що розраховується з припущенням сталості інтенсивності. Оптичний потік представляє собою зміщення кожної точки між двома кадрами. Тобто, оптичний потік – це поле швидкостей, що складається з векторів зсуву, які відповідають миттєвій швидкості [1].

Для знаходження рівняння оптичного потоку зробимо деякі припущення:

1. Будемо вважати, що оптичні властивості та освітленість об'єкта не змінюються протягом часового інтервалу $[t_1, t_2]$.

2. Припустимо, що кожний малий окіл зображення $N_{(x,y)}$ в момент t_1 може бути знайдений у деякому зміщеному положенні $N_{(x+\Delta x, y+\Delta y)}$ в момент t_2.

Нехай $E(x, y, t)$ – неперервна функція інтенсивності. Розкладемо її у ряд Тейлора у малій околиці довільної точки (x, y, t).

$$E(x+\Delta x, y+\Delta y, t+\Delta t) = E(x, y, t) +$$

$$+\frac{\partial E}{\partial x}\Delta x + \frac{\partial E}{\partial y}\Delta y + \frac{\partial E}{\partial t}\Delta t + h.o.t., \qquad (1)$$

де $h.o.t.$ – доданки високого порядку.

ISSN 2079-0031 (Print) ISSN 2411-0558 (Online)

У малій околі точки (x, y, t) можна знехтувати доданками високого порядку та враховувати тільки лінійні члени. Вектор оптичного потоку $V = [\Delta x, \Delta y]$ – це вектор, для якого потрібно знайти зміщення околиці (x, y) зображення N_1 у момент часу t_1 у рівну за інтенсивністю околицю $(x+\Delta x,\ y+\Delta y,\ t+\Delta t)$ зображення N_2 у момент t_2. Це означає, що

$$E(x+\Delta x, y+\Delta y, t+\Delta t) = E(x, y, t). \qquad (2)$$

Рівняння оптичного потоку (3) отримаємо, об'єднавши (1) та (2), ігноруючи доданки високого порядку.

Розв'язок рівняння оптичного потоку не визначає точно вектор потоку V, але накладає на нього лінійне обмеження.

$$-\frac{\partial E}{\partial t}\Delta t = \frac{\partial E}{\partial x}\Delta x + \frac{\partial E}{\partial y}\Delta y =$$

$$= \left[\frac{\partial E}{\partial x}, \frac{\partial E}{\partial y}\right] \mathbf{o} [\Delta x, \Delta y] = \nabla E\, \mathbf{o} [\Delta x, \Delta y]. \qquad (3)$$

Аналіз літератури. У теорії розрахунку оптичного потоку рух розглядається, як відносна величина, бо поле оптичного потоку представляє собою проекцію поля дійсного руху. В реальних задачах виникають глянцеві, напівпрозорі об'єкти та зміни в освітленні. Тому оптичний потік іноді може бути досить поганою апроксимацією дійсного руху. Наприклад, сфера, що обертається зі статичним освітленням дає статичне зображення. Але нерухома сфера з переміщенням джерела світла дає зміну інтенсивності точок [2].

Двовимірна оцінка руху, як оцінка оптичного потоку, що базується на двох кадрах, є некоректно поставленою задачею за відсутності додаткових припущень щодо природи руху. Двовимірна оцінка руху зазнає усіх проблем некоректно поставленої задачі, тобто ми не можемо гарантувати існування та єдиність розв'язку та його неперервну залежність від вхідних даних.

Існування розв'язку зводиться до проблеми оклюзії, коли не може бути знайдено відповідності для перекритих точок (перекриття одного елемента іншим за час зміни кадрів).

Проблема існування єдиного розв'язку відома як апертурна проблема. Якщо компоненти вектору руху розглядаються як незалежні, тоді кількість невідомих у два рази більша за кількість спостережень.

Неперервна залежність від вхідних даних полягає в тому, що оцінка руху дуже чутлива до наявності шуму у кадрах. Невелика кількість

ISSN 2079-0031 (Print) ISSN 2411-0558 (Online)

шуму може спричинити велике відхилення оцінюваного руху. Розглянемо ці проблеми більш детально:

1. Оклюзія відноситься до закритих та відкритих поверхонь, що з’являються за рахунок обертання тривимірних об’єктів та переміщення об’єктів, що займають лише частину поля зору [3].

2. Апертурна проблема є переосмисленням того факту, що розв’язок задачі оцінки оптичного потоку не є єдиним. Якщо вектори руху у кожному пікселі розглядаються як незалежні змінні, тоді кількість невідомих у два рази більша ніж кількість рівнянь (3). Кількість рівнянь дорівнює кількості пікселів зображення, але кожен піксель має дві компоненти вектору руху. Ми можемо визначити лише той рух, що ортогональний до просторового градієнту зображення – нормального градієнту у кожному пікселі. Рух, перпендикулярний за напрямком краю, називається нормальним потоком. Апертурну проблему можна подолати оцінюючи рух на основі блоку пікселів з достатньою варіацією рівня інтенсивності [4].

Тому, рівняння оптичного потоку є необхідним, але недостатнім для однозначного визначення поля руху. Воно лише обумовлює нормальну складову поля швидкостей.

Для того щоб усунути додатковий ступінь свободи, потрібно зробити додаткові припущення щодо характеру поля руху, тобто провести регуляризацію задачі. Розглянемо основні варіаційні підходи для вирішення цієї проблеми:

1. Метод Хорна – Шанка (Horn – Schunck) [5] полягає у мінімізація функціоналу, що описує відхилення від припущення сталості яскравості та гладкості векторного поля.

2. Модифікації метода Хорна – Шанка, що використовують інші обмеження на данні та гладкість.

Метод базується на обмеженні оптичного потоку (4) для малих зміщень та припущенні, що розглядаються непрозорі об'єкти скінченного розміру, що зазнають жорстких зміщень або деформацій. В такому випадку, сусідні точки об'єктів мають подібні швидкості та поле швидкостей малюнку яскравості зображення змінюється гладко майже скрізь.

Запишемо рівняння (3) у наступному виді

$$\frac{\partial E}{\partial x}\frac{dx}{dt}+\frac{\partial E}{\partial y}\frac{dy}{dt}+\frac{\partial E}{\partial t}=0. \tag{4}$$

Припустимо $u=\dfrac{dx}{dt}$ та $v=\dfrac{dy}{dt}$, тоді маємо лінійне рівняння с двома невідомими

ISSN 2079-0031 (Print) ISSN 2411-0558 (Online)

$$E_x u + E_y v + E_t = 0. \tag{5}$$

Записавши рівняння (5) таким чином

$$(E_x, E_y) \cdot (u, v) = -E_t,$$

отримаємо компоненту руху в бік градієнту яскравості (E_x, E_y)

$$-\frac{E_t}{\sqrt{E_x^2 + E_y^2}}.$$

Швидкість (u, v) повинна лежати вздовж лінії, перпендикулярної вектору градієнта яскравості (E_x, E_y). Відстань цієї лінії від початку координат дорівнює E_t, поділеній на величину (E_x, E_y).

Один із способів виразити додаткове обмеження – мінімізувати квадрат величини градієнту швидкості оптичного потоку:

$$\left(\frac{\partial u}{\partial x}\right)^2 + \left(\frac{\partial u}{\partial y}\right)^2, \quad \left(\frac{\partial v}{\partial x}\right)^2 + \left(\frac{\partial v}{\partial y}\right)^2.$$

Іншою мірою гладкості поля оптичного потоку може бути сума квадратів операторів Лапласа по компонентах потоку x та y:

$$\nabla^2 u = \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2}, \ \nabla^2 v = \frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial y^2}. \tag{6}$$

У простих випадках обидва Лапласіани у (6) дорівнюють нулю. Якщо спостерігач рухається паралельно плоскому об'єкту, обертається навколо лінії, перпендикулярної до поверхні або рухається ортогонально до поверхні, тоді другі частинні похідні зникають.

Ціль статті – мінімізація суми помилок зміни інтенсивності вихідного та зміщеного пікселів

$$\varepsilon_b = E_x u + E_y v + E_t$$

та міри відхилення від гладкості поля швидкостей

$$\varepsilon_c{}^2 = \left(\frac{\partial u}{\partial x}\right)^2 + \left(\frac{\partial u}{\partial y}\right)^2 + \left(\frac{\partial v}{\partial x}\right)^2 + \left(\frac{\partial v}{\partial y}\right)^2.$$

Тоді загальна помилка, яку треба мінімізувати:

ISSN 2079-0031 (Print) ISSN 2411-0558 (Online)

$$\varepsilon^2 = \iint \alpha^2 \varepsilon_c^2 dxdy + \iint \varepsilon_b^2 dxdy, \qquad (7)$$

де α^2 – невід'ємний ваговий коефіцієнт, що вводиться із міркувань, що ε_b не може бути еквівалентна нулю через помилки квантування та шум.

Мінімізація повинна здійснюватися шляхом пошуку відповідних значень швидкості оптичного потоку (u, v).

Загалом, такий вид штрафного виразу було запроваджено Тихоновим та Арсеніним у 1977 році [6]. Перший вираз у (7) вимірює вірність даних, другий – регуляризуючий.

Загальні варіаційні методи. З моменту публікації роботи Хорна та Шанка у 1981 році було проведено дуже багато досліджень з метою покращення даного методу для обчислення оптичного потоку, що зазнає розривів, має великі зміщення та припускає варіації яскравості у часі. Серед них можна виділити три основних підходи:

1. Зміна регуляризуючого виразу у (7) на неквадратичний, наприклад, [7, 8, 9]:

$$\iint \left(\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y}\right) dxdy, \qquad (8)$$

або

$$\iint \sqrt{\left(\frac{\partial u}{\partial x}\right)^2 + \left(\frac{\partial u}{\partial y}\right)^2} + \sqrt{\left(\frac{\partial v}{\partial x}\right)^2 + \left(\frac{\partial v}{\partial y}\right)^2} dxdy. \qquad (9)$$

Таке обмеження гладкості оптичного потоку зростає лінійно із ростом градієнту швидкості. Це дозволяє послабити обмеження на гладкість поля оптичного потоку, що дозволяє обробляти послідовності з розривним оптичним потоком.

Вираз (8) називається повною варіацією у просторі L_1, яка є залежною від повороту системи відліку, тобто оберт системи відліку на довільний кут призводить до зміни результатів розрахунку. Вираз (9) називається обмеженою варіацією, яка є інваріантною до обертання.

2. Використання у (7) нелінійного рівняння оптичного потоку, наприклад, [10, 11]:

$$\iint | E_1(x, y) - E_2(x+u, y+v) |^2 \, dxdy,$$

що дозволяє обчислювати великі зміщення, на відміну від лінійної апроксимації (5).

ISSN 2079-0031 (Print) ISSN 2411-0558 (Online)

3. Неквадратичне рівняння оптичного потоку, наприклад, [12, 13]:

$$\iint |E_1(x,y) - E_2(x+u, y+v)|\, dxdy,$$

або

$$\iint (E_x u + E_y v + E_t) dxdy.$$

Завдяки цьому послаблюються обмеження на постійність яскравості, що дозволяє більш точно обчислювати оптичний потік послідовностей із варіаціями яскравості та перекриттям об'єктів. Таке обмеження робить метод менш чутливим до викидів, шуму.

Метод повної варіації. Відмовимося в алгоритмі Хорна – Шанка від квадратичних функцій:

$$E(u) = \int_{x \in E} |\nabla u_1| + |\nabla u_2| + \lambda |\rho(u)|.$$

Отримана функція може розглядатися як сума повної варіації і додаткового виразу в метриці L_1. Але тут виникають складнощі: неможливість знаходження диференціала модуля в нулі, що не дає можливості застосування формули Ейлера – Лагранжа для варіації функціонала.

В даному випадку мінімізувати подібну енергетичну функцію можливо методом випуклої релаксації:

$$E_\theta(u,v) = \int_{x \in E} |\nabla u_1| + |\nabla u_2| + \frac{1}{2\theta} |u - v|^2 + \lambda |\rho(u)|.$$

Ця релаксація може бути мінімізована фіксацією значень u або v і мінімізацією для другої змінної. Для зменшення обчислювальної складності алгоритму виконується попередня гладка апроксимація кадрів зображення шляхом поєднання нелінійної вейвлетної апроксимації з корекцією границь. Для підвищення стійкості апроксимації до зміни орієнтації дозволило отримати результати, які є по якості близькими до перетворення Карунена-Лоєва, а по обчислювальній складності не перевершують швидке дискретне вейвлетне перетворення. Корекція границь реалізується шляхом обчислення локальної енергії зображення. Локальна енергія обчислюється на основі введення комплексного аналітичного сигналу, дійсну частину якого складає зображення, а уявну – його перетворення Гільберта. Аналітичний сигнал дозволяє однозначно визначити просторові параметри – миттєву амплітуду і миттєву частоту, а перетворення Гільберта дозволяє отримати подання зображення з

ISSN 2079-0031 (Print) ISSN 2411-0558 (Online)

більшою просторово-частотною енергетичною концентрацією в порівнянні з вейвлетним.

Розглянемо результат реалізації оцінки руху методом $TV - L_1$ [14] на рис. 1.

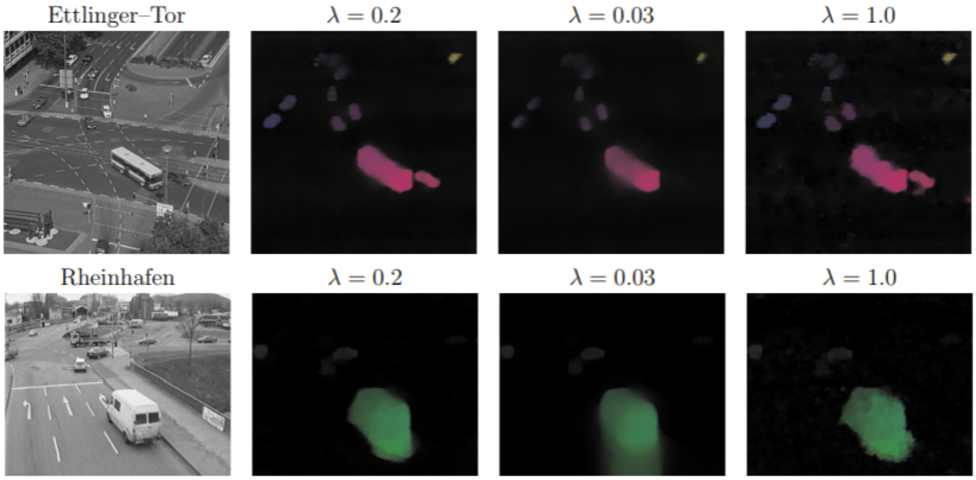

Рис. 1. Результат розрахунку оптичного потоку методом $TV - L_1$

Для візуалізації оптичного потоку використовується переведення потоку у кольоровий простір *HSV*.

Для порівняння запропонованого алгоритму були використані результати імплементації методів обчислення оптичного потоку з бази даних *Middlebury*, (http://vision.middlebury.edu/flow/) де наведені використані контрольні приклади для наступних методів:

1. Метод Хорна – Шанка [5];
2. Метод Блека – Анандана [7];
3. Метод Брокса [11];
4. Метод повної варіації у просторі L_1 [13].

Висновки. Задача оцінки оптичного потоку є некоректно поставленою задачею. Ця проблема вирішується методом регуляризації, тобто шляхом накладення додаткових обмежень.

Метод Хорна – Шанка досить неточний у випадках обчислення оптичного потоку, що зазнає розривів. Але він є основою подальших досліджень оптичного потоку. Модифікації метода Хорна-Шанка успішно долають проблеми розривних оптичних полів, перекриття та сильних зміщень. Модифікація на основі повної варіації, незважаючи на обчислювальну складність, використовується для оцінки руху в проблемі стабілізації відео та демонструє якісні результати.

ISSN 2079-0031 (Print) ISSN 2411-0558 (Online)

Завдяки тому, що в даних методах обчислюється "щільне" оптичне поле, тобто у кожній точці зображення, ми можемо отримати важливу інформацію про характер об'єктів на послідовності зображень. Обчислювальна складність таких методів набагато більша ніж тих, що обчислюють "вибіркове" оптичне поле, але у деяких задачах більш важлива якість ніж швидкість обчислень. Тобто, розглянуті методи демонструють хороші результати, якщо немає потреби у обчисленні оптичного потоку у реальному часі. Для обчислення у реальному часі використовується метод Фаренбека, але він демонструє недостатню якість результатів. Тому поєднання гладкої апроксимації відео кадрів з обчисленням повної варіації в метриці L_1 дає прийнятні результати обчислення руху в задачах комп'ютерного зору як з точки зору складності обчислень, так і з точки зору якості.

Список літератури:

1. *Shapiro L.* Computer Vision / *L. Shapiro, G. Stockman.* – Upper Saddle River, NJ, USA: Prentice Hall PTR, 2001. – 618 p.

2. *Fleet D.J.* Optical flow estimation / *D.J. Fleet, Y. Weiss*. – New York: Springer, 2005. – P. 239-257. – In: Mathematical models of computer Vision: The Handbook / *N. Paragios, Y. Chen, and O. Faugeras* (eds.).

3. *Tekalp A.M.* Digital video processing / *A. Murat, Tekalp*. – Upper Saddle River, NJ, USA: Prentice Hall PTR, 1995. – 548 p.

4. *Kornprobst P.* Mathematical Problems in Image Processing / *P. Kornprobst, G. Aubert.* – New York: Springer, 2006. – 377 p.

5. *Horn B.K.P.* Determining Optical Flow / *B.K.P. Horn, B.G. Schunck.* – ARTIFICAL INTELLIGENCE. – 1981. – Vol. 17. – P. 185-203.

6. *Тихонов А.Н.* Методы решения некорректных задач / *А.Н. Тихонов, В.Я. Арсенин.* – М.: Наука: Главная редакция физико-математической литературы, 1979. – 285 с.

7. *Black M.J.* The robust estimation of multiple motions: Parametric and piecewise – smooth flow fields / *M.J. Black, P. Anandan* // CVGIP: Image Understanding. – 1996. – 63 (1). – P. 75-104

8. *Nagel H.-H.* Constraints for the estimation of displacement vector fields from image sequences / *H.-H. Nagel* // Germany: Morgan Kaufmann Publishers Inc.: IJCAI'83 Proceedings of the Eighth international joint conference on Artificial intelligence. – 1983. – Vol. 2. – P. 945-951.

9. *Cohen I.* Nonlinear variational method for optical flow computation / *I. Cohen* // Scandinavian Conference on Image Analysis. – 1993. – Vol. 1. – P. 523-530.

10. *Xu L.* Motion Detail Preserving Optical Flow Estimation / *L. Xu, J. Jia, Y. Matsushita* // IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence. – 2012. – Vol. 34. – № 9. – P. 1744-1757.

11. *Brox T.* High Accuracy Optical Flow Estimation Based on a Theory for Warping / *T. Brox, A. Bruhn, N. Papenberg, J. Weicker.t* – Berlin: Springer, 2004. – P. 26-36: In: Computer Vision – ECCV 2004. Lecture Notes in Computer Science, Vol. 3024.

12. *Zach T.C.* A Duality Based Approach for Realtime TV-L1 Optical Flow / *C. Zach, T. Pock, H. Bischof.* – New York: Springer. – In: Lecture Notes in Computer Science, 2007. – P. 214-223.

13. *Wedel A.* An Improved Algorithm for TV-L1 Optical Flow / *A. Wedel, T. Pock, C. Zach, H. Bischof, D. Cremers.* – Berlin: Springer. – In Statistical and Geometrical Approaches to Visual Motion Analysis, 2009. – P. 23-45.
14. *Pérez J.S.* TV-L1 Optical Flow Estimation / *J.S. Pérez, E. Meinhardt-Llopis, G. Facciolo.* // Image Processing On Line. – 2013. – Vol. 3. – P. 137-150.
15. *Мороз В.В.* Наближення зображень: методи апроксимації та стиск / *В.В. Мороз* // Вісник НТУ "ХПІ". Серія "Інформатика та моделювання". – Харків: НТУ "ХПІ". – 2013. – № 19 (992). – С. 87-96.

References:
1. Shapiro, L., and Stockman, G. (2001), *Computer Vision*, Upper Saddle River, NJ, USA: Prentice Hall PTR, 618 p.
2. Fleet, D.J., and Weiss, Y. (2005), "Optical flow estimation", Springer, New York, pp. 239-257. – *In: Mathematical models of computer Vision: The Handbook* / N. Paragios, Y. Chen, and O. Faugeras (eds.).
3. Tekalp, A.M. (1995), *Digital video processing*, Upper Saddle River, NJ, USA, Prentice Hall PTR, 548 p.
4. Kornprobst, P., and Aubert, G. (2006), *Mathematical Problems in Image Processing*, Springer, New York, 377 p.
5. Horn, B.K.P., and Schunck, B.G. (1981), "Determining Optical Flow", *ARTIFICAL INTELLIGENCE*, vol. 17, pp. 185-203.
6. Tikhonov, A.N. and Arsenin, V.Ya. (1979), *Methods for solving incorrect problems*, Science, Main edition of the physical and mathematical literature, Moskow, 285 p.
7. Black, M.J., and Anandan, P. (1996), "The robust estimation of multiple motions: Parametric and piecewise – smooth flow fields", *CVGIP: Image Understanding*, vol. 63 (1), pp. 75-104.
8. Nagel, H.-H. (1983), Constraints for the estimation of displacement vector fields from image sequences, *Germany: Morgan Kaufmann Publishers Inc., IJCAI'83 Proceedings of the Eighth international joint conference on Artificial intelligence*, vol. 2, pp. 945-951.
9. Cohen, I. (1993), "Nonlinear variational method for optical flow computation", *Scandinavian Conference on Image Analysis*, vol. 1, pp. 523-530.
10. Xu, L. Jia, J., and Matsushita, Y. (2012), "Motion Detail Preserving Optical Flow Estimation", *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, vol. 34, No. 9. pp. 1744-1757.
11. Brox, T., Bruhn, A., Papenberg, N., and Weicker, J. (2004), "High Accuracy Optical Flow Estimation Based on a Theory for Warping", Berlin, Springer, pp. 26-36: *In: Computer Vision – ECCV 2004. Lecture Notes in Computer Science*, vol. 3024.
12. Zach, T.C., Pock, T., and Bischof, H. (2007), "A Duality Based Approach for Realtime TV-L1 Optical Flow", New York: Springer. – *In: Lecture Notes in Computer Science*, pp. 214-223.
13. Wedel, A., Pock, T., Zach, C., Bischof, H., and Cremers, D. (2009), "An Improved Algorithm for TV-L1 Optical Flow", Berlin, Springer. – *In Statistical and Geometrical Approaches to Visual Motion Analysis*, pp. 23-45.
14. Pérez, J.S., Meinhardt-Llopis, E., and Facciolo, G. (2013), "TV-L1 Optical Flow Estimation", *Image Processing On Line*, vol. 3, pp. 137-150.
15. Moroz, V.V. (2013), "Approximation of images: methods of approximation and compression", *Bulletin of the NTU "KhPI". Series "Informatics and Modeling"*, Kharkiv: NTU "KhPI", No. 19 (992), pp. 87-96.

Статтю подав д-р техн. наук, проф. ОНУ імені І.І. Мечникова Малахов Є.В.

Надійшла (received) 13.11.2018

Moroz Volodymyr Volodymyrovych, PhD Sci.Tech, Professor
Odessa I.I. Mechnikov National University
Str. Dvoryanskaya, 2, Odessa, Ukraine, 65082
e-mail: v.moroz@onu.edu.ua

Kondratyuk Anastasia Volodymyrivna, student
Odessa I.I. Mechnikov National University
Str. Dvoryanskaya, 2, Odessa, Ukraine, 65082
e-mail: kondratyuk.anastasia@stud.onu.edu.ua

УДК 004.932:519.652

Варіаційні методи оцінки руху в задачах комп'ютерного зору / Мороз В.В., Кондратюк А.В. // Вісник НТУ "ХПІ". Серія: Інформатика та моделювання. – Харків: НТУ "ХПІ". – 2018. – № 42 (1318). – С. 36 – 47.

Розглянуто модель оптичного потоку для оцінки видимого руху. Наведено знаходження рівняння оптичного потоку шляхом розкладання у ряд Тейлора неперервної функції інтенсивності зображення. Проаналізовано основні проблеми розрахунку оптичного потоку та основні варіаційні методи оцінки оптичного потоку, що базуються на методі регуляризації Тихонова та Арсеніна для вирішення некоректно поставлених задач. Іл.: 1. Бібліогр.: 15 назв.

Ключові слова: модель; оптичний потік; оцінка руху; інтенсивність зображення; некоректно поставлена задача.

УДК 004.932:519.652

Вариационные методы оценки движения в задачах компьютерного зрения / Мороз В.В., Кондратюк А.В. // Вестник НТУ "ХПИ". Серия: Информатика и моделирование. – Харьков: НТУ "ХПИ". – 2018. – № 42 (1318). – С. 36 – 47.

Рассмотрена модель оптического потока для оценки видимого движения. Приведено определение уравнения оптического потока путем разложения в ряд Тейлора непрерывной функции интенсивности изображения. Рассмотрены основные проблемы расчета оптического потока и основные вариационные методы оценки оптического потока, которые базируются на методе регуляризации Тихонова и Арсенина для решения некорректно поставленных задач. Ил.: 1. Библиогр.: 15 назв.

Ключевые слова: модель; оптический поток; оценка движения; интенсивность изображения; некорректно поставленная задача.

UDC 004.932:519.652

Variational motion estimation in computer vision / Moroz V.V., Kondratyuk A.V. // Herald of the National Technical University "KhPI". Series of "Informatics and Modeling". – Kharkov: NTU "KhPI". – 2018. – №.42 (1318). – P. 36 – 47.

The optical flow model for apparent motion estimation is considered. The equation of the optical flow is found by decomposition in a Taylor series of a continuous image intensity function. The article describes the main problems of calculating the optical flow and main variational methods for the optical flow, which are based on the Tikhonov and Arsenin regularization for solving ill-posed problem. Figs.: 1. Refs.: 15 titles.

Keywords: model; optical flow; motion estimation; image intensity; ill-posed problem.