

УДК 539.3

DOI: 10.20998/2411-0558.2018.42.18

**Б. А. ХУДАЯРОВ**, д-р техн. наук, зав. каф., ТИИИМСХ, Ташкент,  
**Ф. Ж. ТУРАЕВ**, асс., ТИИИМСХ, Ташкент,  
**Х. М. КОМИЛОВА**, асс., ТИИИМСХ, Ташкент

### **ЧИСЛЕННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ КОЛЕБАНИЙ ТРУБЫ С ПОТОКОМ ЖИДКОСТИ**

В работе рассмотрена математическая модель и вычислительный метод определения колебаний прямого участка вязкоупругой трубы с потоком жидкости. При исследовании колебаний трубопроводов с протекающей внутри газо-жидкостью используется модель в виде цилиндрических оболочек и двухпараметрическая модель вязкоупругого основания Пастернака. Для описания вязкоупругих свойств использована наследственная теория вязкоупругости Больцмана-Вольтерра. Численно исследованы влияния параметров оснований Пастернака, влияние сингулярности в ядрах наследственности и геометрических параметров трубопровода на колебания конструкций, обладающих вязкоупругими свойствами. Ил.: 2. Библиогр.: 16 назв.

**Ключевые слова:** колебания трубы; основание; трубопровод; математическая модель; вычислительный метод; цилиндрическая оболочка.

**Постановка проблемы и анализ литературы.** Одной из главных проблем трубопроводных транспортных систем является их подверженность коррозионным разрушениям вследствие контакта материала труб с агрессивными средами. Используемые средства защиты чаще всего оказываются малоэффективными. В связи с этим остро стоит проблема поиска альтернативных путей модернизации нефтегазопроводных систем. Очевидным перспективным и современным направлением является внедрение труб из высокопрочных и коррозионностойких композиционных материалов, в частности, стеклопластика [1 – 4]

В настоящее время существует ряд предложений по совершенствованию механической модели грунтового основания, но, по-видимому, следующим шагом по простоте математической постановки задачи после винклеровой модели явилась разработка модели вязкоупругого двухпараметрического основания Пастернака. Модель двухпараметрического основания Пастернака, с одной стороны, позволяет учитывать распределительную способность грунта, а с другой – почти не усложняет математическую постановку задачи по сравнению с моделью Винклера [5]. Однако модель Винклера имеет и определенные недостатки [6, 7], что требует совершенствования существующих моделей.

© Б.А. Худаяров, Ф.Ж. Тураев, Х.М. Комилова, 2018

Целью данной работы является исследование колебаний трубопроводов с учетом двухпараметрического вязкоупругого основания Пастернака.

**Постановка задачи и методы решения.** Рассмотрим поведение тонкой круговой вязкоупругой цилиндрической оболочки, внутри которой с постоянной скоростью движется идеальная жидкость. Скорость жидкости равна  $U$  и имеет направление, совпадающее с направлением оси  $Ox$ . Реакция внешней среды описывается моделью двухпараметрического основания Пастернака. Будем пользоваться обычными гипотезами Кирхгоффа-Лявы и полагать прогибы малыми по сравнению с толщиной.

При предположениях в [8, 9] и полагая  $y = R\theta$ , уравнения Маргерра относительно перемещений  $u, v, w$  можно записать в следующем виде:

$$(1 - R^*) \left\{ \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{1 - \mu}{2R^2} \cdot \frac{\partial^2 u}{\partial \theta^2} + \frac{1 + \mu}{2R} \cdot \frac{\partial^2 v}{\partial x \partial \theta} + L_1(w) \right\} - \rho \frac{1 - \mu^2}{E} \cdot \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = 0,$$

$$(1 - R^*) \left\{ \frac{1}{R^2} \cdot \frac{\partial^2 v}{\partial \theta^2} + \frac{1 - \mu}{2} \cdot \frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \frac{1 + \mu}{2R} \cdot \frac{\partial^2 u}{\partial x \partial \theta} + L_2(w) \right\} - \rho \frac{1 - \mu^2}{E} \cdot \frac{\partial^2 v}{\partial t^2} = 0, \quad (1)$$

$$D(1 - R^*) \nabla^4 w + L_3^*(u, v, w) + (1 - R_1^*) \left\{ k_1 w - k_2 \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \right\} + \rho h \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} = q,$$

где  $R$  – радиус кривизны срединной поверхности;  $D$  – цилиндрическая жесткость трубы;  $\mu$  – коэффициент Пуассона материала трубы;  $E$  – модуль упругости материала трубы,  $\rho$  – его плотность;  $k_1, k_2$  – коэффициенты основания Пастернака, характеризующие свойства внешней среды;  $h$  – толщина стенки трубы;  $R^*$  и  $R_1^*$  – интегральные операторы [10];  $L_1(w)$ ,  $L_2(w)$ ,  $L_3^*(u, v, w)$  – дифференциальные и интегро-дифференциальные операторы;  $q$  – давление жидкости на стенку трубопровода

$$q = -\Phi_{cm}^* \rho \left( \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} + U^2 \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \right) \quad (2)$$

где  $\Phi_{cm}^*$  – присоединенная масса жидкости.

Граничные условия имеют вид:

$$x = 0; \quad x = L; \quad w = 0; \quad v = 0; \quad N_x = 0; \quad M_x = 0. \quad (3)$$

Решение систем ИДУ в частных производных (1) при различных граничных условиях и при наличии сингулярных ядер наследственности представляет собой значительные математические трудности. Поэтому естественным способом решения этих систем является, дискретизация по пространственным переменным и получение системы уравнений, разрешающих нелинейных ИДУ относительно функции времени.

Приближенное решение системы (1) будем искать в виде:

$$\begin{aligned} u(x, \theta, t) &= \sum_{n=1}^N \sum_{m=1}^M u_{nm}(t) \cos \frac{n\pi x}{L} \sin m\theta, \\ v(x, \theta, t) &= \sum_{n=1}^N \sum_{m=1}^M v_{nm}(t) \sin \frac{n\pi x}{L} \cos m\theta, \\ w(x, \theta, t) &= \sum_{n=1}^N \sum_{m=1}^M w_{nm}(t) \sin \frac{n\pi x}{L} \sin m\theta, \end{aligned} \quad (4)$$

где  $u_{nm}(t)$ ,  $v_{nm}(t)$ ,  $w_{nm}(t)$  – неизвестные функции времени.

Подставляя (4) в систему (1) и применяя метод Бубнова-Галёркина, получим следующую систему нелинейных интегро-дифференциальных уравнений:

$$\begin{aligned} & \left\{ \left( k^2 \pi^2 \delta^2 \gamma^2 + \frac{1-\mu}{2} l^2 \delta^2 \right) u_{kl} - \frac{1-\mu}{2} k l \pi \gamma \delta^2 v_{kl} + \right. \\ & + \mu \delta^2 \gamma^2 k \pi w_{kl} + \sum_{n,i=1}^N \sum_{m,r=1}^M \left( \frac{n i^2 \pi^2}{2} \gamma^3 \delta + \frac{1-\mu}{2} \cdot \frac{n r^2}{2} \gamma \delta \right) \Delta_{1k \ln mir} w_{nm} w_{ir} - \\ & \left. - \frac{1+\mu}{2} \sum_{n,i=1}^N \sum_{m,r=1}^M \frac{i m r}{2} \gamma \delta \bar{\Delta}_{2k \ln mir} w_{nm} w_{ir} \right\} = 0, \end{aligned} \quad (5)$$

$$\begin{aligned} & \left\{ \left[ \frac{1-\mu}{2} k^2 \pi^2 \delta^2 \gamma^2 + l^2 \delta^2 \right] v_{kl} - \frac{1+\mu}{2} k l \pi \gamma \delta^2 u_{kl} - l \delta^2 w_{kl} - \right. \\ & - \sum_{n,i=1}^N \sum_{m,r=1}^M \frac{m r^2}{2 \pi} \delta \bar{\Delta}_{3k \ln mir} w_{nm} w_{ir} + \frac{1+\mu}{2} \sum_{n,i=1}^N \sum_{m,r=1}^M \frac{i n r \pi}{2} \gamma^2 \delta \bar{\Delta}_{4k \ln mir} w_{nm} w_{ir} - \\ & \left. - \frac{1-\mu}{2} \sum_{n,i=1}^N \sum_{m,r=1}^M \frac{i^2 m \pi}{2} \gamma^2 \delta \bar{\Delta}_{3k \ln mir} w_{nm} w_{ir} \right\} = 0, \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & \left(1 + \phi_{\alpha l}^*\right) \bar{w}_{kl} + (1 - R^*) \left\{ \left( \frac{1}{12} \left[ k^2 \pi^2 \gamma^2 + l^2 \right]^2 + \delta^2 \right) w_{kl} + \pi \mu \gamma \delta^2 k u_{kl} - \right. \\
 & \left. - l \delta^2 v_{kl} - \frac{\delta}{4\pi} \sum_{n,i=1}^N \sum_{m,r=1}^M m r \bar{\Delta}_{5k \ln mir} w_{nm} w_{ir} - \frac{\pi \mu \gamma^2 \delta}{4} \sum_{n,i=1}^N \sum_{m,r=1}^M n i \bar{\Delta}_{6k \ln mir} w_{nm} w_{ir} \right\} + \\
 & + \frac{1 - \mu}{4} \gamma \delta \sum_{n,i=1}^N \sum_{m,r=1}^M w_{nm} n (1 - R^*) \left[ \gamma \pi i r v_{ir} - r^2 u_{ir} \right] \bar{\Delta}_{6k \ln mir} + \\
 & + \frac{\delta}{2} \sum_{n,i=1}^N \sum_{m,r=1}^M m w_{nm} (1 - R^*) \left[ i r \mu \gamma u_{ir} - \frac{r^2}{\pi} v_{ir} + \frac{r}{\pi} w_{ir} \right] \bar{\Delta}_{5k \ln mir} + \\
 & + \frac{1 - \mu}{4} \delta \sum_{n,i=1}^N \sum_{m,r=1}^M m w_{nm} (1 - R^*) \left[ i r \gamma u_{ir} - \gamma^2 i^2 \pi v_{ir} \right] \bar{\Delta}_{5k \ln mir} - \\
 & - \frac{\delta}{2} \sum_{n,i=1}^N \sum_{m,r=1}^M m w_{nm} (1 - R^*) \left[ i r \mu \gamma^2 \pi v_{ir} - i^2 \gamma^3 \pi^2 u_{ir} - \mu \pi i \gamma^2 w_{ir} \right] \bar{\Delta}_{6k \ln mir} - \\
 & - \frac{1 - \mu}{4} \delta \sum_{n,i=1}^N \sum_{m,r=1}^M n m w_{nm} (1 - R^*) \left[ r \gamma u_{ir} - i \gamma^2 \pi v_{ir} \right] \bar{\Delta}_{7k \ln mir} - \\
 & - \sum_{n,i=1}^N \sum_{m,r=1}^M m^2 w_{nm} (1 - R^*) \left[ i \mu \gamma u_{ir} - \frac{r}{\pi} v_{ir} + \frac{1}{\pi} w_{ir} \right] \frac{\delta}{2} \bar{\Delta}_{8k \ln mir} - \\
 & - \frac{\delta}{2} \sum_{n,i=1}^N \sum_{m,r=1}^M n^2 w_{nm} (1 - R^*) \left[ i \gamma^3 \pi^2 u_{ir} - \mu r \gamma^2 \pi v_{ir} + \mu \gamma^2 \pi w_{ir} \right] \bar{\Delta}_{8k \ln mir} - \\
 & - \delta^2 (M^*)^2 \gamma^2 M_E^2 k^2 \pi^2 w_{kl} + \delta^2 (1 - R_1^*) \left( \delta^2 k_1 + \pi^2 k^2 \gamma^2 k_2 \right) w_{kl} = 0,
 \end{aligned} \tag{5}$$

$$u_{nm}(0) = u_{0nm}, \quad \bar{w}_{nm}(0) = \bar{w}_{0nm}, \quad v_{nm}(0) = v_{0nm}, \quad \bar{v}_{nm}(0) = \bar{v}_{0nm}, \quad w_{nm}(0) = w_{0nm},$$

$$\bar{w}_{nm}(0) = \bar{w}_{0nm}.$$

Здесь  $\delta = \frac{R}{h}$ ,  $\gamma = \frac{R}{L}$ ,  $M^* = \frac{U}{V_\infty}$ ,  $M_E = \sqrt{\frac{E}{\rho V_\infty^2}}$ ,  $V_\infty$  – скорость звука,

$\bar{\Delta}_{1k \ln mir}$ ,  $\bar{\Delta}_{2k \ln mir}$ ,  $\bar{\Delta}_{3k \ln mir}$ ,  $\bar{\Delta}_{4k \ln mir}$ ,  $\bar{\Delta}_{5k \ln mir}$ ,  $\bar{\Delta}_{6k \ln mir}$ ,  $\bar{\Delta}_{7k \ln mir}$ ,  $\bar{\Delta}_{8k \ln mir}$  – безразмерные коэффициенты, связанные с координатными функциями и их производными; точки над переменной означает взятие производной по времени соответствующего порядка.

**Результаты вычислительных экспериментов.** Решение ИДУ (5) находится численным методом, основанным на использовании квадратурных формул [11, 12]. На основе этого метода описан алгоритм численного решения системы (5).

Исследовалось влияние вязкоупругих свойств материала на колебательный процесс трубопровода с учетом двухпараметрического основания Пастернака (рис. 1). Первая из этих кривых построена для упругих трубопроводов  $A = 0,01$  (1), а вторая и третья кривая отражает влияние параметра вязкости при следующих значениях:  $A = 0,05$  (2);  $A = 0,1$  (3). При расчетах были использовано следующие значения параметров:  $\alpha = 0,25$ ;  $\beta = 0,005$ ;  $A_1 = 0,1$ ;  $\alpha_1 = 0,25$ ;  $\beta_1 = 0,005$ ;  $\gamma = 0,02$ ;  $\delta = 4$ ;  $\mu = 0,3$ ;  $V_\infty = 330$  м/с;  $M_1 = 0,1$ ;  $\rho = 7800$  кг/см<sup>3</sup>;  $k_1 = 1$ ;  $k_2 = 1$ ;  $N = 5$ ;  $M = 2$ .

Как видно из рисунка, учет вязкоупругих свойств материала приводит к уменьшению амплитуды и частоты колебаний трубопровода [9 – 12].

На рис. 2 представлены графики функции  $w(t)$  по времени при разных значениях  $k_1$  и  $k_2$ .

Кривые 1 – 3 соответствуют значениям  $k_1 = 0$ ;  $k_2 = 0$  (кривая 1);  $k_1 = 1$ ;  $k_2 = 1$  (кривая 2); и  $k_1 = 3$ ;  $k_2 = 3$  (кривая 3). Анализируя полученные результаты можно сделать вывод о том, что наличие вязкоупругого основания грунта приводит к уменьшению амплитуды колебаний, а частота колебаний увеличивается. При  $k_1 = 3$ ;  $k_2 = 3$  (кривая 3) амплитуда колебаний быстро затухает.

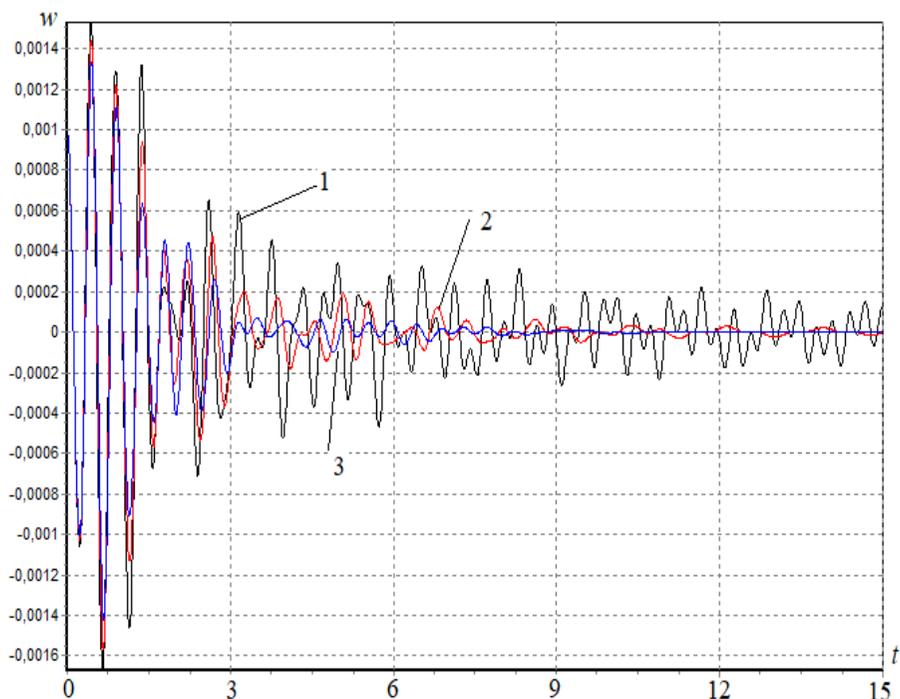


Рис. 1. Зависимости перемещений от времени при  $A = 0,01$  (1),  $A = 0,05$  (2);  $A = 0,1$  (3)

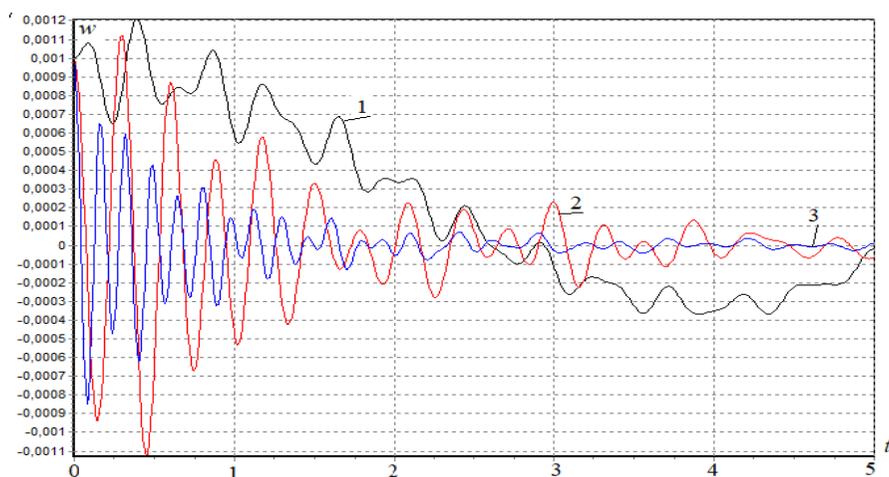


Рис.2. Зависимость прогиба от времени при значениях  $k_1$  и  $k_2$ :  $k_1 = 0$ ;  $k_2 = 0$  (кривая 1);  $k_1 = 1$ ;  $k_2 = 1$  (кривая 2); и  $k_1 = 3$ ;  $k_2 = 3$  (кривая 3)

**Выводы.** На основе интегральных моделей разработаны обобщенные математические модели нелинейных задач динамики

вязкоупругих цилиндрических оболочек с жидкостью. Разработаны и развиты математические модели задач о нелинейных колебаниях трубопроводов с учетом двухпараметрического вязкоупругого основания Пастернака. Установлено, что учет вязкоупругого основания грунта приводит к увеличению точности моделирования, в частности, к уменьшению амплитуды колебаний трубы, а частота колебаний увеличивается.

**Список литературы:**

1. Ягубов Э.З. Стеклопластиковые трубы – будущее экологически безопасного нефтегазопроводного транспорта / Э.З. Ягубов // Защита окружающей среды в нефтегазовом комплексе. – 2007. – № 7. – С. 20-23.
2. Ягубов Э.З. Многоканальные трубопроводы для транспортировки нефтегазовых сред и восстановление изношенных нефтегазопроводов / Э.З. Ягубов, Н.Д. Цхадая, З.Х. Якубов // Научные труды. – 2013. – № 1. – С. 57-63.
3. Ягубов Э.З. Стеклопластиковые трубы: проблемы и перспективы применения в нефтяной промышленности / Э.З. Ягубов // Технологии нефти и газа. – 2006. – № 5. – С. 61-67.
4. Цхадая Н.Д. Стеклопластиковая труба для транспортировки нефти и газа / Н.Д. Цхадая, Э.З. Ягубов // Электронный журнал "Нефтегазовое дело". – 2012. – № 3. – С. 136-144.
5. Перельмутер А.В. Расчетные модели сооружений и возможности их анализа / А.В. Перельмутер, В.И. Сливкер. – К.: Сталь, 2002. – 600 с.
6. Горбунов-Посадов М.Н. Расчет конструкций на упругом основании / М.Н. Горбунов-Посадов, Т.А. Маликова, В.И. Соломин. – М.: Стройиздат, 1984. – 679 с.
7. Zhou X.Q. Dynamics characteristic of steady fluid conveying in the periodical partially viscoelastic composite pipeline / X.Q. Zhou, D.Y. Yu, X.Y. Shao, C.Y. Zhang // Composites Part B: Engineering. – 2017. – Vol. 111. – P. 387-408.
8. Григолюк Э.И. Нелинейное деформирование тонкостенных конструкций / Э.И. Григолюк, В.И. Мамай. – М.: Наука, 1997. – 272 с.
9. Вольмир А.С. Нелинейная динамика пластинок и оболочек / А.С. Вольмир. – М.: Наука, 1972. – 432 с.
10. Колтунов М.А. Ползучесть и релаксация / М.А. Колтунов. – М.: Высшая школа, 1976. – 276 с.
11. Бадалов Ф.Б. Методы решения интегральных и интегро-дифференциальных уравнений наследственной теории вязкоупругости / Ф.Б. Бадалов. – Ташкент: Мехнат, 1986. – 269 с.
12. Badalov F.B. Effect of the Hereditary Kernel on the Solution of Linear and Nonlinear Dynamic Problems of Hereditary Deformable Systems / F.B. Badalov, B.A. Khudayarov, A. Abduraimov // Journal of Machinery Manufacture and Reliability. – 2007. – Vol. 36. – № 4. – P. 328-335.
13. Khudayarov B.A. Numerical Study of the Dependence of the Critical Flutter Velocity and Time of a Plate on Rheological Parameters. International Applied Mechanics / B.A. Khudayarov. – 2008. – Vol. 44. – №. 6. – P. 676-682.
14. Khudayarov B.A. Numerical Analysis of Nonlinear Flutter of Viscoelastic Plates. International Applied Mechanics / B.A. Khudayarov. – 2005. – Vol. 41. – №. 5. – P. 538-542.
15. Khudayarov B.A. Flutter of Viscoelastic Plate in a Supersonic Gas Flow / B.A. Khudayarov // International Applied Mechanics. – 2010. – Vol. 46. – №. 4. – P. 455-460.

16. Худаяров Б.А. Нелинейный флаттер вязкоупругих ортотропных цилиндрических панелей / Б.А. Худаяров, Н.Г. Бандурин // Математическое моделирование. – 2010. – Т. 17. – № 10. – С. 79-86.

**References:**

1. Yagubov, E.Z. (2007), "Fiberglass pipes - the future of environmentally friendly oil and gas transportation", *Environmental protection in the oil and gas complex*, No. 7, pp. 20-23.
2. Yagubov, E.Z., Tshadaya, N.D., and Yakubov, Z.H (2013), "Multichannel pipelines for transporting oil and gas environments and restoring worn oil and gas pipelines", *Scientific works*, No. 1. pp. 57-63.
3. Yagubov, E.Z. (2006), "Stectoplastic pipes: problems and prospects of application in the oil industry", *Oil and gas technology*, No. 5, pp. 61-67.
4. Tshadaya, N.D., and Yagubov, E.Z. (2012), "Fiberglass pipe for oil and gas transportation", *Oil and gas business*, No.3, pp. 136-144.
5. Perelmutter, A.V., and Sluker, V.I. (2002), *Design models of structures and their analysis capabilities*, Steel, Kiev, 600 p.
6. Gorbunov-Posadov, M.N., Malikova, T.A., and Solomin V.I. (1984), *Calculation of structures on an elastic basis*, Stroiizdat, Moskow, 679 p.
7. Zhou, X.Q., Yu, D.Y., Shao, X.Y., and Zhang, C.Y. (2017), "Dynamics characteristic of steady fluid conveying in the periodical partially viscoelastic composite pipeline", *Composites Part B: Engineering*, Vol. 111, pp. 387-408.
8. Grigolyuk, E.I., and Mamai, V.I. (1997), *Nonlinear deformation of thin-walled structures*, Science, Moskow, 272 p.
9. Volmir, A.S. (1972), *Nonlinear dynamics of plates and shells*, Science, Moskow, 432 p.
10. Koltunov, M.A. (1976), *Creep and relaxation*, High School, Moskow, 276 p.
11. Badalov F.B. (1986), *Methods for solving integral and integro-differential equations of the hereditary theory of viscoelasticity*, Mehnat, Tashkent, 269 p.
12. Badalov, F.B., Khudayarov, B.A., and Abdugarimov, A. (2007), "Effect of the Hereditary Kernel on the Solution of Linear and Nonlinear Dynamic Problems of Hereditary Deformable Systems", *Journal of Machinery Manufacture and Reliability*, Vol. 36, No. 4, pp. 328-335.
13. Khudayarov, B.A. (2008), "Numerical Study of the Dependence of the Critical Flutter Velocity and Time of a Plate on Rheological Parameters. *International Applied Mechanics*", Vol. 44, No. 6, pp. 676-682.
14. Khudayarov, B.A. (2005), "Numerical Analysis of Nonlinear Flutter of Viscoelastic Plates. *International Applied Mechanics*", Vol. 41, No. 5, pp. 538-542.
15. Khudayarov, B.A. (2010), "Flutter of Viscoelastic Plate in a Supersonic Gas Flow", *International Applied Mechanics*, Vol. 46, No. 4, pp. 455-460.
16. Khudayarov, B.A., and Bandurin N.G. (2010), "Nonlinear flutter of viscoelastic orthotropic cylindrical panels", *Mathematical modeling*, Vol. 17, No. 10, pp. 79-86.

*Статтю представив д.т.н., проф. Національного технічного університету "Харківський політехнічний інститут" С.Ю. Леонов*

*Надійшла (received) 16.11.2018*

Khudayarov Bakhtiyar, Dr.Tech.Sci., Professor  
Tashkent institute of irrigation and agricultural mechanization engineers  
Str. Kari-Niyazova, 39, Tashkent, Uzbekistan, 100000  
Tel.:(99871)2370986, bakht-flpo@yandex.ru  
ORCID ID: 0000-0002-2876-8447

Turaev Fozilzhon, Assistant

Tashkent institute of irrigation and agricultural mechanization engineers

Str. Kari-Niyazova, 39, Tashkent, Uzbekistan, 100000

Tel.:(99871)2370986, [t.fozil86@mail.ru](mailto:t.fozil86@mail.ru)

Komilova Kholidakhon, Assistant

Tashkent institute of irrigation and agricultural mechanization engineers

Str. Kari-Niyazova, 39, Tashkent, Uzbekistan, 100000

Tel.:(99871)2370986, [komilova591@mail.ru](mailto:komilova591@mail.ru)

УДК 539.3

**Чисельне моделювання коливань труби з потоком рідини / Худаяров Б.А., Тураєв Ф.Ж, Комілова Х.М. // Вісник НТУ "ХПІ". Серія: Інформатика та моделювання. – Харків: НТУ "ХПІ". – 2018. – № 42 (1318). – С. 98 – 107.**

В роботі розглянута математична модель і обчислювальний метод визначення коливань прямого ділянки в'язкопружної труби з потоком рідини. При дослідженні коливань трубопроводів з протікаючою всередині газо-рідиною використовується модель у вигляді циліндричних оболонок і двопараметрична модель в'язкопружної підстави Пастернака. Для опису в'язкопружних властивостей використана спадкова теорія в'язкопружності Больцмана-Вольтерра. Чисельно досліджені впливу параметрів підстав Пастернака, вплив сингулярності в ядрах спадковості і геометричних параметрів трубопроводу на коливання конструкцій, що володіють в'язкопружними властивостями. Лл.: 2, Бібліогр.: 16 назв.

**Ключові слова:** коливання труби; підстава; трубопровід; математична модель; обчислювальний метод; циліндрична оболонка.

УДК 539.3

**Численное моделирование колебаний трубы с потоком жидкости / Худаяров Б.А., Тураев Ф.Ж, Комилова Х.М. // Вестник НТУ "ХПИ". Серія: Інформатика і моделювання. – Харків: НТУ "ХПІ". – 2018. – № 42 (1318). – С. 98 – 107.**

В работе рассмотрена математическая модель и вычислительный метод определения колебаний прямого участка вязкоупругой трубы с потоком жидкости. При исследовании колебаний трубопроводов с протекающей внутри газо-жидкостью используется модель в виде цилиндрических оболочек и двухпараметрическая модель вязкоупругого основания Пастернака. Для описания вязкоупругих свойств использована наследственная теория вязкоупругости Больцмана-Вольтерра. Численно исследованы влияния параметров оснований Пастернака, влияние сингулярности в ядрах наследственности и геометрических параметров трубопровода на колебания конструкций, обладающих вязкоупругими свойствами. Ил.: 2. Библиогр.: 16 назв.

**Ключевые слова:** колебания трубы; основание; трубопровод; математическая модель; вычислительный метод; цилиндрическая оболочка.

UDC 539.3

**Numerical simulation of the oscillations of the elements of the pipe with the flow of fluid / Khudayarov B.A., Turaev F.Zh., Komilova Kh.M. // Herald of the National Technical University "KhPI". Series of "Informatics and Modeling". – Kharkov: NTU "KhPI". – 2018. – № 42 (1318). – P. 98 – 107.**

The paper considers a mathematical model and a computational method for determining oscillations of a straight section of a viscoelastic pipe with a fluid flow. In the study of pipeline oscillations with a gas-liquid flowing inside, a model in the form of cylindrical shells and a two-parameter model of the viscoelastic Pasternak base are used. To describe the viscoelastic properties, hereditary Boltzmann-Volterra theory of viscoelasticity is used. The effects of the parameters of Pasternak's bases, the influence of singularity in the heredity nuclei and the geometric parameters of the pipeline on the vibrations of structures with viscoelastic properties are numerically investigated. Figs.: 2. Refs.: 16 titles.

**Keywords:** pipe vibrations; base; pipeline; mathematical model; computational method; cylindrical shell.