

УДК 622.692.4:539.4

DOI: 10.20998/2411-0558.2020.01.01

А. П. ОЛІЙНИК, д-р техн. наук, проф., зав. каф. прикладної математики, Івано-Франківський національний технічний університет нафти і газу,

Л. І. ФЕШАНИЧ, канд. техн. наук, доц. каф. автоматизації та комп'ютерно-інтегрованих технологій, Івано-Франківський національний технічний університет нафти і газу

МАТЕМАТИЧНЕ МОДЕЛЮВАННЯ ПРОЦЕСУ ДЕФОРМУВАННЯ ТА НАПРУЖЕНОГО СТАНУ ТРУБОПРОВІДІВ ПІД ДІЄЮ ДИНАМІЧНИХ НАВАНТАЖЕНЬ

В статті розглянуто питання математичного моделювання процесу деформування трубопроводів, по яких здійснюється транспортування газорідинних сумішей з агресивними компонентами. Реалізовано математичну модель процесу обтікання деформованих перерізів трубопроводу з метою оцінки залежності аеродинамічних характеристик перерізів від їх просторової конфігурації. Проведено розрахунки напруженого стану трубопроводів та аеродинамічних характеристик деформованих перерізів. Іл.: 4. Бібліогр.: 12 назв.

Ключові слова: математичне моделювання; трубопровід; деформовані перерізи; напружений стан; аеродинамічні характеристики.

Постановка проблеми. Дослідження технічного стану трубопроводів, по яких транспортуються газорідинні суміші з агресивними компонентами є важливою науково-технічною проблемою, вирішення якої дозволяє проводити ідентифікацію потенційно небезпечних ділянок. Зокрема, вивчення напружено-деформованого стану дозволяє виявити ті зони, в яких можливим є втрата суцільності матеріалу трубопроводу, і, як наслідок, викиди хімічно агресивних речовин, що транспортуються. При цьому необхідно враховувати весь комплекс факторів силового впливу, що діють на трубопровід.

Аналіз літератури. Вказана проблема досліджувалась багатьма авторами [1 – 3], проте в цих роботах приймається та чи інша модель процесу деформування та напруженого стану без урахування особливостей продукту, що транспортується. При вивченні технічного стану трубопроводів, по яких транспортуються газорідинні суміші з агресивними компонентами необхідно враховувати реальну просторову конфігурацію реальних трубопровідних систем як в надземному [3], так і в підземному положенні [4], причому для надземних ділянок можна використовувати як інтегральний підхід до оцінювання напруженого

стану, так і вивчати окремі види силових впливів більш детально (наприклад, вітрові навантаження).

Оцінка напружено-деформованого стану трубопроводів виконується на основі відомого підходу [3]: записується радіус-вектор довільної точки трубопроводу:

$$\begin{aligned} \mathbf{r}(s, \varphi, r, t) = & \mathbf{r}_l(s, \varphi, r, t) + \rho(s, \varphi, r, t) \times (\cos \omega(s, \varphi, r, t) \mathbf{b}_l + \\ & + \sin \omega(s, \varphi, r, t) \mathbf{n}_l + \psi(s, \varphi, r, t) \mathbf{t}_l - \frac{D}{2} \mathbf{n}_l), \end{aligned} \quad (1)$$

де s, φ, r – компоненти пов’язаної з трубопроводом криволінійної квазіциліндричної системи координат, зокрема, s – координати вздовж вісі, $0 \leq s \leq L$, L – довжина досліджуваного фрагменту, φ – полярний кут, $0 \leq \varphi \leq 2\pi$, r – полярний радіус даного перерізу $R_{\text{вн}} \leq r \leq R_{\text{зовн}}$, вектори $\mathbf{r}_l, \mathbf{b}_l, \mathbf{n}_l, \mathbf{t}_l$ – відповідно радіус-вектор точки на поверхні твірної трубопроводу, \mathbf{b}_l – вектор бінормалі до цієї лінії, \mathbf{n}_l – вектор нормалі до неї, \mathbf{t}_l – вектор дотичний до верхньої твірної [5], функція $\rho(s, \varphi, r, t)$ характеризує деформацію перерізів в радіальному напрямку, з її допомогою моделюється зміна форми перерізу (еліптичність, грушевидність тощо), $\omega(s, \varphi, r, t)$ – поворот перерізів по напрямку полярного кута (кручення перерізів), $\psi(s, \varphi, r, t)$ – повздовжні деформації перерізів (в прийнятій в багатьох монографіях [6, 7] гіпотезі про плоскі перерізи $\psi(s, \varphi, r, t) \equiv 0$). При відокремленні \mathbf{r}_l за відомими переміщеннями точок поверхні використовується апарат сплайн-функцій із згладжуванням третього степеня [8, 9], згладжування проводиться з урахуванням точності вимірювання координат точок поверхні за відомими методиками [8]. Після побудови радіус-вектора (1) здійснюється розрахунок компонентів тензорів деформації та напружень [6] з використанням метричного тензора відповідної системи координат $s, \varphi, r, x_1 = s; x_2 = \varphi; x_3 = r$:

$$g_{ij} = \frac{\partial \mathbf{r}}{\partial x_i} \frac{\partial \mathbf{r}}{\partial x_j}. \quad (2)$$

Визначені компоненти тензорів деформації та напружень дозволяють виділити зони трубопроводу, які зазнають максимальних змін в напруженому стані, причому дослідження проводиться для надземних та підземних ділянок трубопроводів, причому оцінка компонентів тензора напружень δ_{ij} для підземних ділянок є особливо важливою,

оскільки трубопроводи, по яких транспортуються газорідинні суміші з агресивними компонентами, як правило розташовуються на більшій глибині, ніж звичайні магістральні трубопроводи, а тому на них діє більше ґрунтового навантаження.

Мета роботи. Метою роботи є математичне моделювання процесу деформування трубопроводів, по яких здійснюється транспортування газорідинних сумішей з агресивними компонентами для ідентифікації потенційно небезпечних ділянок

Основний розділ. Математичне моделювання процесів.

Для надземних ділянок важливим фактором силового впливу є дія вітрових навантажень. Для оцінки аеродинамічних впливів використовується підхід, що базується на використанні розв'язку інтегрального рівняння Фредгольма другого роду відносно дотичної до поверхні перерізу трубопроводу компоненти швидкості вітрового потоку [10] V_{θ} :

$$V_{\theta}(\theta_0) = \frac{1}{\pi} \int_0^{2\pi} V_{\theta}(\theta) K(\theta, \theta_0) d\theta + \frac{\partial \phi}{\partial \theta}(\theta_0), \quad (3)$$

де $V_{\theta} = \frac{\partial \phi}{\partial \theta}$, ϕ – потенціал потоку [6], $K(\theta, \theta_0)$ – ядро інтегрального оператора:

$$K(\theta, \theta_0) = \frac{(y(\theta) - y(\theta_0))x'(\theta_0) - [x(\theta) - x(\theta_0)]y'(\theta_0)}{[x(\theta) - x(\theta_0)]^2 + [y(\theta) - y(\theta_0)]^2}, \quad (4)$$

$x(\theta)$, $y(\theta)$, $x(\theta_0)$, $y(\theta_0)$ – координати точок перерізу в контрольній θ_0 та в кожній з точок θ на поверхні профілю (рис. 1).

$$\begin{cases} x(\theta) = \cos^2 \frac{\theta}{2}, \\ y(\theta) = f(\theta), \end{cases}$$

$f(\theta)$ – функція, що описує еліптичність перерізу.

Очевидно, вимагає особливого дослідження випадок $\theta = \theta_0$ – в такому випадку до (4) застосовується правило Лопітала, після чого

$$K(\theta, \theta_0) = \frac{1}{2} \frac{y(\theta_0)'' x'(\theta_0) - x''(\theta_0) y'(\theta_0)}{x'(\theta_0)^2 + y'(\theta_0)^2}. \quad (5)$$

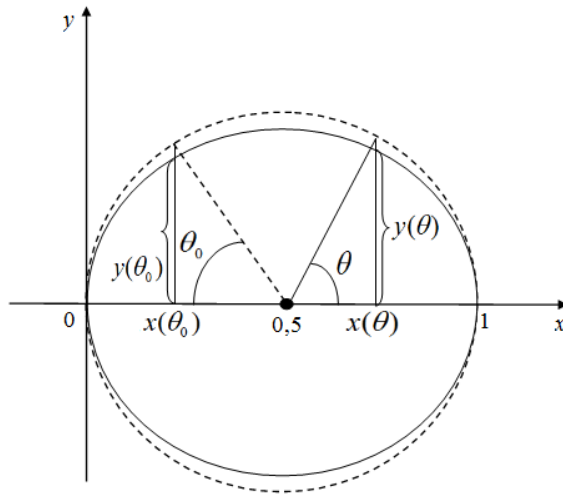


Рис. 1. Геометрія профілю трубопроводу з певною еліптичністю

Величина $\frac{\partial \phi}{\partial \theta}(\theta_0)$ визначається за формулою:

$$\frac{\partial \phi}{\partial \theta_0} = V_{\infty}(x(\theta_0) \cos \alpha + y(\theta_0) \sin \alpha), \quad (6)$$

де V_{∞} – швидкість незбуреного потоку на достатній відстані від досліджуваного перерізу; α – кут атаки профілю (кут між напрямком вітрового потоку та горизонтальною лінією, перпендикулярною до осі трубопроводу). Розв’язок рівняння (3) проводиться в допущенні про виконання постулату Чаплигіна-Жуковського про скінченне значення швидкості на лінії сходу потоку з профілю з використанням чисельних методів [9] шляхом переходу від інтегрального рівняння (3) до системи лінійних алгебраїчних рівнянь відносно $U_{\theta}(\theta_i)$, $i = 1, \mathbf{K}, N$. При цьому приймається, що $V_{\infty} = 1$ – тобто всі швидкості масштабуються по швидкості потоку, що набігає.

Визначення розподілу компонент $V_{\theta}(\theta)$ є достатнім для оцінки всіх аеродинамічних характеристик профілю, оскільки ортогональна до V_{θ} компонента швидкості V_n дорівнює нулю через умову непротікання рідини або газу через поверхню профілю трубопроводу.

Після знаходження $V_{\theta}(\theta)$ обчислюється фізична компонента швидкості:

$$U_{\theta} = \frac{V_{\theta}(\theta)}{\sqrt{x'(\theta_0)^2 + y'(\theta_0)^2}}, \quad (7)$$

після чого встановлюються наступні аеродинамічні характеристики профілю:

– коефіцієнт тиску:

$$C_p(\theta) = 1 - U_{\theta}^2, \quad (8)$$

– коефіцієнт підймальної сили:

$$C_y = \int_0^{2\pi} C_p(\theta)x'(\theta)d\theta, \quad (9)$$

– коефіцієнт індуктивного опору:

$$C_x = \int_0^{2\pi} C_p(\theta)y(\theta)d\theta, \quad (10)$$

– коефіцієнт моменту відносно передньої кромки профілю (точки розгалуження потоку):

$$C_m = \int_0^{2\pi} C_p(\theta)x(\theta)x'(\theta)d\theta + \int_0^{2\pi} C_p(\theta)y(\theta)y'(\theta)d\theta. \quad (11)$$

Результати тестових розрахунків модельної ділянки трубопроводу.

1. Для модельної ділянки трубопроводу проведено розрахунок напруженого стану за інформацією про переміщення певної множини точок поверхні (рис. 2), що дозволило виявити потенційно небезпечні з точки зору можливої втрати суцільності матеріалу трубопроводу зони.

Вдається встановити просторову конфігурацію цих зон, проте аналіз проводиться для інтенсивності напружень [6]:

$$\sigma_i = \sqrt{\sum_{j=1}^3 \sigma_{ij}^2}. \quad (12)$$

Розподіл інтенсивності напружень по довжині трубопроводу

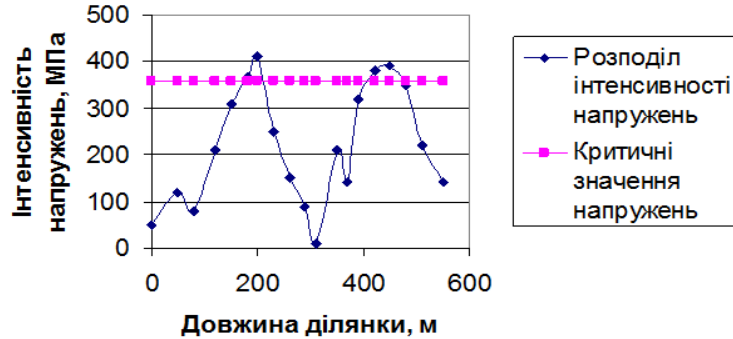


Рис. 2. Розподіл інтенсивності напружень по довжині підземної ділянки трубопроводу

2. Проведено дослідження впливу вітрових навантажень на трубопровід, встановлено, що підймальна сила, що діє на трубопровід, лінійно залежить від кута атаки α (рис. 3).

Залежність підймальної сили від кута атаки

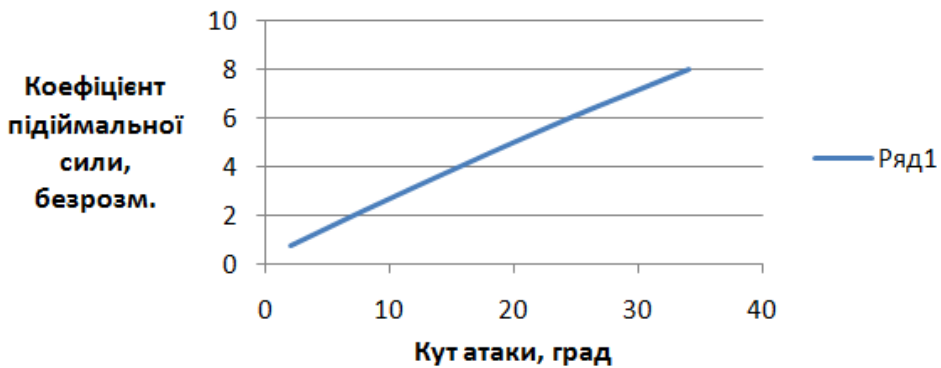


Рис. 3. Розподіл коефіцієнта підймальної сили від кута атаки

3. При дослідженні впливу еліптичності перерізу на підймальну силу, встановлено, що остання залежить від еліптичності профілю: якщо круглий профіль має великі півосі $a = b = 0,5$, то при еліптичності $a = 0,5$; $b = 0,45$ підймальна сила збільшується на 2,1% (рис. 4).

Залежність коефіцієнта підйимальної сили від кута атаки

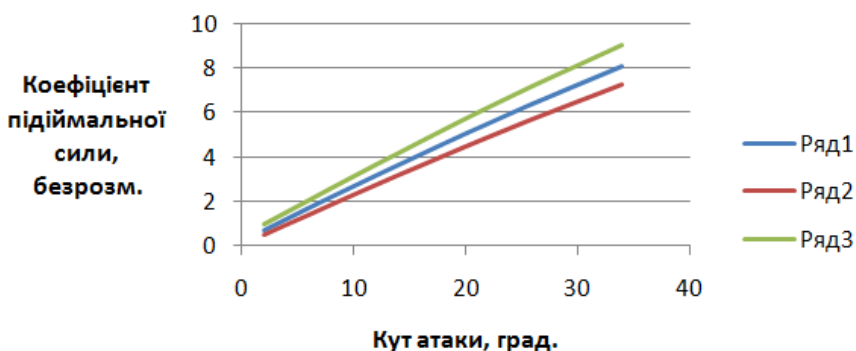


Рис. 4. Розподіл коефіцієнта підйимальної сили від кута атаки

Ряд 1 – $a = 0.5$, $b = 0.445$; Ряд 2 – $a = 0.5$, $b = 0.485$; Ряд 3 – $a = 0.5$, $b = 0.405$.

4. Розроблений програмний комплекс дозволяє моделювати широкий клас профілів перерізів труби, а саме враховувати:

- еліптичність профілю;
- односторонню еліптичність, коли профіль складається з двох півеліпсів з різними ексцентриситетами;
- різні кути атаки профілю.

Висновки. В статті розглянуто питання математичного моделювання процесу деформування трубопроводів, по яких здійснюється транспортування газорідних сумішей з агресивними компонентами. Побудовано моделі процесу деформування трубопроводу за відомими переміщеннями певної множини точок поверхні. При побудові моделі процесу деформування не використовується інформація про характер, тривалість зусиль та навантажень, що діють на трубопровід. Побудовано закон руху трубопроводу з урахуванням деформації перерізів в трьох напрямках. Реалізовано математичну модель процесу обтікання деформованих перерізів трубопроводу з метою оцінки залежності аеродинамічних характеристик перерізів від їх просторової конфігурації, при цьому використовується апарат інтегральних рівнянь Фредгольма II роду. За створеними на основі вказаних моделей обчислювальними алгоритмами проведено розрахунки напруженого стану трубопроводів та аеродинамічних характеристик деформованих перерізів. Наведено аналіз результатів розрахунків – інтенсивності напружень та залежностей аеродинамічних характеристик від ступеня еліптичності перерізу і кута атаки деформованого перерізу. Напрямоком подальших досліджень може бути моделювання течії в трубопроводі, що

транспортую газорідні суміші з агресивними компонентами з урахуванням наявності зон із втратою герметичності та виявлення поширення шкідливих речовин в зоні, що оточує трубопровід при його розгерметизації.

Список літератури:

1. Неразрушающий контроль и диагностика: Справочник / В.В. Клюев, Р.Ф. Соснин и др. – 2-е изд. – М.: Машиностроение, 2003. – 656 с.
2. Мазур И.И. Безопасность трубопроводных систем / И.И. Мазур, О.М. Иванцов. – М.: ИЦ "Елима", 2004. – 1104 с.
3. Олійник А.П. Математичні моделі процесу квазістационарного деформування трубопроводних та промислових систем при зміні їх просторової конфігурації: Наукове видання / А.П. Олійник. – Івано-Франківськ: ІФНТУНГ, 2010. – 320 с.
4. Олійник А.П. Розроблення методики оцінки напружено-деформованого стану лінійних ділянок магістральних трубопроводів / А.П. Олійник, Л.Я. Жовтуля, А.В. Яворський, М.О. Карпаш // *Методи та прилади контролю якості*. – 2017. – № 1 (38). – С. 57-63.
5. Победря Б.Е. Лекции по тензорному анализу / Б.Е. Победря. – М.: Из-во Московского госуд. университета, 1986. – 264 с.
6. Седов Л.И. Механика сплошных сред / Л.И. Седов. – М.: Наука, 1984. – Т. 2. – 572 с.
7. Тимошенко С.П. Теория упругости / С.П. Тимошенко. – М.: Наука, 1975. – 576 с.
8. Марчук Г.И. Методы вычислительной математики: учебное пособие / Г.И. Марчук. – М.: Наука, 1989. – 608 с.
9. Самарский А.А. Численные методы / А.А. Самарский, А.В. Гулин. – М.: Наука, 1989. – 432 с.
10. Флетчер К. Численные методы на основе метода Галеркина / К. Флетчер. – М.: Мир, 1988. – 352 с.
11. Origin of a magnetic easy axis in pipeline steel / L. Clapham, C. Heald, T. Krause // *J. Appl. Phys.* – 1999. – Vol. 86. – № 36. – P. 1574-1580.
12. Cline A. K. Scalar and Planar Valued Curve Fitting Using Splines Under Tension. – *Communications of the ACM.* – 1974. – V. 17. – № 4. – P. 218-228.

References:

1. Klyuev, V.V., and Sosnin, R.F. (2003), *Non-Destructive Testing and Diagnostics: Reference*, Mashinostroenie, Moscow, 656 p.
2. Mazur, I.I., and Ivantsov, O.M. (2004), *Pipeline Safety*, ITs "Elima", Moscow, 1104 p.
3. Oliynyk, A.P. (2010), *Mathematical models of the process of quasi-stationary deformation of pipeline and industrial systems with changing their spatial configuration: Scientific edition*, IFNTUNG, Ivano-Frankivsk, 320 p.
4. Oliynyk, A.P., Zhovtulia, L.Ya., Yavorskyi, A.V., and Karpash, M.O. (2017), Development of the method of estimation of the stress-strain state of linear sections of main pipelines, *Metody ta prylady kontroliu yakosti*, Ivano-Frankivsk, №1(38), pp. 57-63.
5. Pobedria, B.E. (1986), *Lectures on tensor analysis*, Moscow University Press, Moscow, 264 p.
6. Sedov, L.I. (1984), *Continuum mechanics*, Nauka. Moscow, T. 2, 572 p.
7. Timoshenko, S.P. (1975), *Elasticity theory*, Nauka, Moscow, 576 p.
8. Marchuk, G.I. (1989), *Methods of Computational Mathematics: a tutorial*, Nauka, Moscow, 608 p.
9. Samarskiy, A.A. and Gulin, A.V. (1989), *Numerical methods*, Nauka, Moscow, 432 p.
10. Fletcher, K. (1988), *Numerical methods based on the Galerkin method*, Mir, Moscow,

352 p.

11. Clapham, L., Heald, C. and Krause, T. (1999), Origin of a magnetic easy axis in pipeline steel, *J. Appl. Phys*, Vol. 86, № 36, pp. 1574-1580.

12. Cline, A.K. (1974), *Scalar and Planar Valued Curve Fitting Using Splines Under Tension*. *Communications of the ACM*, V.17, № 4, pp. 218-228.

Статью представил д.т.н., проф. Національного технічного університету "Харківський політехнічний інститут" В.И. Носков.

Надійшла (received) 06.04.2020

Andriy Oliynyk, Doctor of sciences, professor,
Ivano -Frankivsk National Technical University of Oil and Gas
Street Karpatska15, Ivano-Frankivsk, Ukraine, 76019
Tel. +380 (342) 723824, e-mail: andrioliiny@gmail.com
ORCID ID: 0000-0003-1031-7207

Feshanych Lidiia, PhD in Technical Science,
Ivano -Frankivsk National Technical University of Oil and Gas
Street Karpatska15, Ivano-Frankivsk, Ukraine, 76019
Tel. +380 (342) 727167, e-mail: lidiia.feshanych@gmail.com
ORCID ID: 0000-0002-5156-2199

УДК 622.692.4:539.4

Математичне моделювання процесу деформування та напруженого стану трубопроводів під дією динамічних навантажень / Олійник А.П., Фешанич Л.І. // Вісник НТУ "ХПІ". Серія: Інформатика та моделювання. – Харків: НТУ "ХПІ". – 2020. – № 1 (3). – С. 5 – 14.

В статті розглянуто питання математичного моделювання процесу деформування трубопроводів, по яких здійснюється транспортування газорідних сумішей з агресивними компонентами. Реалізовано математичну модель процесу обтікання деформованих перерізів трубопроводу з метою оцінки залежності аеродинамічних характеристик перерізів від їх просторової конфігурації. Проведено розрахунки напруженого стану трубопроводів та аеродинамічних характеристик деформованих перерізів. Ил.: 4. Бібліогр.: 12 назв.

Ключові слова: математичне моделювання; трубопровід; деформовані перерізи; напружений стан; аеродинамічні характеристики.

УДК 622.692.4:539.4

Математическое моделирование процесса деформирования и напряженного состояния трубопроводов под действием динамических нагрузок / Олійник А.П., Фешанич Л.І. // Вестник НТУ "ХПІ". Серія: Інформатика и моделирование. – Харьков: НТУ "ХПІ". – 2020. – № 1 (3). – С. 5 – 14.

В статье рассмотрены вопросы математического моделирования процесса деформирования трубопроводов, по которым осуществляется транспортировка газожидкостных смесей с агрессивными компонентами. Реализовано математическую модель процесса обтекания деформированных сечений трубопровода с целью оценки зависимости аэродинамических характеристик сечений от их пространственной конфигурации. Проведены расчеты напряженного состояния трубопроводов и аэродинамических характеристик деформированных сечений. Ил.: 4. Библиогр.: 12 назв.

Ключевые слова: математическое моделирование; трубопровод; деформированные сечения; напряженное состояние; аэродинамические характеристики.

UDC 622.692.4:539.4

Mathematical modeling of the process of deformation and stressing of pipelines under the action of dynamic loads / Oliynyk A.P., Feshanych L.I. // Herald of the National Technical University "KhPI". Series of "Informatics and Modeling". – Kharkov: NTU "KhPI". – 2020. – № 1 (3). – P. 5 – 14.

The article deals with the problem of the process of deformation and stressing of pipelines, through which liquid-gas mixtures with aggressive components are transported. A mathematical model of the process of flow around deformed sections of the pipeline is implemented in order to evaluate the dependence of the aerodynamic characteristics of the sections on their spatial configuration. The stressing of the pipelines and the aerodynamic characteristics of the deformed sections were calculated. Figs.: 4. Refs.: 12 titles.

Keywords: mathematical modeling; pipeline; deformation of sections; stressing; aerodynamic characteristics.