

УДК 004.94

DOI: 10.20998/2411-0558.2026.02.01

*К. М. ВАСИЛІВ*, д-р техн. наук, проф., НУ "ЛП", Львів, Україна,  
*Р. І. ЗАБОЛОТНИЙ*, асп., НУ "ЛП", Львів, Україна

## **МАТЕМАТИЧНА МОДЕЛЬ ТРИФАЗНО-ТРИФАЗНОГО МОДУЛЯТОРА НАПРУГИ СИСТЕМИ ЗБУДЖЕННЯ АСИНХРОНІЗОВАНОГО ГЕНЕРАТОРА АВТОНОМНОЇ ВІТРОЕНЕРГЕТИЧНОЇ УСТАНОВКИ**

Запропонована унікальна математична модель трифазно-трифазного модулятора напруги – компоненти асинхронізованого генератора з безконтактною тиристорною системою збудження вітроенергетичної установки і розроблений програмний код для комп'ютерного дослідження. Математичною моделлю слугує система диференціальних рівнянь електричного стану у фазних координатах, яка враховує взаємні впливи структурних елементів модулятора напруги (двох асинхронних машин) і електромагнітні зв'язки електричних контурів цих машин. Теоретичним підґрунтям математичної моделі слугують базові електротехнічні методи: вузлових потенціалів і закони Кірхгофа та явні чисельні методи інтегрування диференціальних рівнянь – Рунге-Кутта і метод Гауса для розв'язування лінійної системи алгебричних рівнянь електричного стану в базисі потенціалів незалежних вузлів. Представлено результати комп'ютерного дослідження електромагнітних процесів модулятора у формі розрахункових залежностей миттєвих значень напруг і струмів. Іл.:13. Бібліогр.: 21 назв.

**Ключові слова:** математична модель; модулятор напруги; асинхронізований генератор; вітроенергетична установка; програмний код; комп'ютерне дослідження; диференціальні рівняння; алгебричні рівняння; алгоритм.

**Постановка проблеми.** На поточний час загальне споживання електроенергії в світовому масштабі невпинно зростає, що зумовлено глобальним розвитком сучасної цивілізації [1, 2]. Традиційні джерела первинної енергії (вугілля, нафта та природний газ) досі забезпечують домінуючу частину світового виробництва електроенергії, але їх використання нашою епохою створює істотні проблеми і спричиняє негативні наслідки через скінченність запасу природних ресурсів викопних енергоносіїв, з одного боку, і забруднення атмосфери, з іншого боку, [1]. Вітрова енергетика посідає особливе місце серед відновлюваних джерел енергії. Частка електроенергії, виробленої вітровими електростанціями,

стрімко зростає завдяки значному вдосконаленню конструкцій вітроенергетичних установок, підвищенню їх надійності, що, своєю чергою, дає змогу істотно знизити вартість виробництва електроенергії.

Вагому частку генерування та споживання електричної енергії як в Україні, так і в світі становить автономна електроенергетика, генерувальними елементами якої слугують потужності автономні систем електроживлення (АСЕЖ). Згідно з опублікованими даними, не менше ніж 13% генерованої електроенергії припадає саме на такі системи. Вітрові, як і фотоелектричні установки доволі часто застосовуються в автономних енергетичних системах, що критично важливо для віддалених або важкодоступних регіонів: гірських місцевостей чи прибережних островів, де наявність сильних і стабільних вітрів робить вітрову енергетику економічно доцільною.

Автономні електроенергетичні системи вибудовуються переважно на дизельних двигунах або газотурбінних установках. Вони вирішують проблему відсутності електроенергії навіть у віддалених районах, але потребують регулярного обслуговування, залежать від постачання палива та спричиняють значний негативний вплив на довкілля. Зі зростанням надійності та зниженням вартості відновлюваних джерел енергії, зокрема сонячних і вітрових, вони дедалі частіше розглядаються як перспективна альтернатива традиційним паливним системам у автономних мережах. Критичною проблемою для цих відновлюваних джерел є нестабільність виробництва енергії, що зумовлена залежністю від погодних умов та часу доби. В цьому разі для забезпечення стабільної роботи автономних енергосистем застосовують комбінації різних джерел енергії: наприклад, поєднання сонячних панелей і вітрових турбін із резервними дизельними генераторами або системами накопичення електроенергії. Такий гібридний підхід дає змогу компенсувати нестачу енергії з одного джерела використанням альтернативного, підвищуючи ефективність, надійність та екологічну сумісність автономних електроенергетичних установок. Стосовно вітроенергетичних установок актуальною проблемою на сьогодні залишається забезпечення ефективної їх роботи за умови змінної частоти обертання вітрової турбіни в широкому діапазоні двозонного ковзання (нижчої або вищої від проектної).

Наведене вище однозначно дає підстави стверджувати, що створення новітніх чи вдосконалення наявних автономних вітроенергетичних установок (АВЕУ), які б забезпечували стабільну частоту напруги в умовах змінної частоти обертання вітрової турбіни в достатньо широкому діапазоні двозонного ковзання є актуальною науково-технічною проблемою. Для вирішення цієї проблеми критично важливо розробити засоби комп'ютерного дослідження закономірності перебігу електромагнітних і електромеханічних процесів, які відбуваються в генераторі АВЕУ. Застосування таких засобів однозначно істотно підвищить ефективність досліджень як на перед проектній стадії, так і на етапі проектування і розробки АВЕУ загалом.

**Аналіз базових досліджень і публікацій.** Результати аналізу літературних джерел за останнє десятиліття підтверджують той факт, що у вітровій енергетиці ствердилася тенденція до значного її розвитку як в плані розробки нових чи вдосконалення наявних вітроенергетичних установок (ВЕУ), так і з погляду зростання обсягів вироблення електроенергії. Звіт Глобальної ради з вітрової енергії GWEC за 2015 рік [3] показав значне розширення проектів вітрової енергії в світовому масштабі. Загальна встановлена потужність вітрової енергії у світі зросла до 432,9 ГВт у 2015 році, що становить зростання ринку більш ніж на 17%.

Аналіз вітрової енергетики (ВЕ) на предмет її розвитку вказує на те, що у ВЕ генерувальними агрегатами свого часу слугували синхронні генератори, які і на теперішній час все ще залишаються в експлуатації ВЕУ. Такі системи потребують додаткового обладнання і складних алгоритмів для стабілізації частоти напруги. Так у [4] аварійну частотну підтримку мережі забезпечується шляхом автономного емулювання синхронних генераторів, які реагують на зміну частоти, перемикання на постійне регулювання потужності CPCS з резервом потужності, скидання генераторів GT або скидання навантаження LS. Обидва способи – GT і LS – є дорогими. Крім того, точність частотного регулювання знижується, бо регулювання потужності під час GT або LS є дискретним. Один з варіантів аварійної підтримки частоти мережі полягає в перемиканні режиму регулювання вітрогенератора з інтегрованого інерційного регулювання на

постійне регулювання потужності, що дає змогу швидко регулювати активну потужність [5, 6].

У [7] для забезпечення стабільної частоти напруги автономної мікромережі використовується первинне регулювання частоти вітротурбінного генератора з інтегруванням дизельного генератора для покриття пікового навантаження, а також підключенням системи накопичення електроенергії в акумуляторні батареї. За результатами дослідження в разі такої комбінації відхилення частоти напруги становить не більше 2,8%. Один із способів забезпечення стабільності частоти напруги АВЕУ малої потужності полягає у використанні магнітного редуктора, який стабілізує частоту обертання валу генератора на постійних магнітах. Так, у [8] розроблено математичну модель магнітного редуктора, яка дає змогу врахувати зміну навантаження генератора, що, своєю чергою, спричиняє зсув робочої точки на механічних характеристиках його ротора.

Зі зростанням поширення вітрових та сонячних електростанцій у світі регулювання частоти балансуванням генерації та навантаження в енергосистемах стає дедалі складнішим через зменшення диспетчеризованої потужності та інерції. Одним із контрзаходів слугує автономне керування навантаженням, за якого термостатичні навантаження та зарядні пристрої швидко коригують споживання потужності на основі частоти мережі, яку вони самостійно моніторять без зв'язку. Проте такий спосіб є надто дорогим. Для вирішення цієї проблеми згідно з [9] створено автономну енергосистему лабораторного масштабу як тестовий стенд для дослідження автономного керування навантаженням на основі швидкості зміни частоти RoCoF та відхилення частоти для подолання можливих різких її коливань. Експериментальні та симуляційні результати довели, що коливання частоти вдається зменшити введенням автономно керованих навантажень у мережу, а час відгуку можливо покращити на 1 с керуванням навантаженням на основі RoCoF.

Наявні на сьогодні автономні мікромережі (ATMG) потребують ефективної системи керування для забезпечення стабільності частоти напруги. Так, у [10] розроблено інтелектуальний підхід – ковшне керування на основі нечіткої логіки з використанням пропорційно-інтегрально-диференціального регулятора для стабілізування частоти в системі ATMG

на базі вітро-дизельного генератора. Ефективність такої схеми регулювання частоти порівнюється з добре відомими підходами оптимізації в разі збурень навантаження, мертвої зони регулятора, обмеження швидкості наростання генерації, вищих/нижчих потужностей АТМГ та коливань швидкості вітру.

В [11] розглядаються системи генераторів, які наразі використовуються у ВЕУ, а також виконано аналіз деяких новітніх концепції з їхніми технічними особливостями: безщіткового індукційного генератора двобічного живлення та генератор зі змінним реле. У статті також висвітлюються гібридні рішення для вітрових систем електроживлення, які є новою тенденцією для систем генерування електроенергії в області відновлюваної енергетики.

Значна частина наукових публікацій спрямована на розроблення чи опис генераторів для вітрових турбін. Так, у [12] описано типи та особливості генераторів, які орієнтовані на сумісну роботу з вітровими турбінами. З погляду будови та принципу дії цих генераторів, вони поділяються на три категорії залежно від їхньої швидкості обертання: генератори з фіксованою швидкістю, обмеженою змінною швидкістю та змінною швидкістю. Ці генератори використовують триступінчасту коробку передач і стандартний асинхронний генератор із фазним ротором і двобічним живленням. Їх обсяг становить приблизно 30% від загальної кількості вітрових турбін у світі [13].

Окрім розглянутих вище генераторів вітрових турбін, у системах вітрової енергії з'явилися й інші нові концепції генераторів. Наприклад, безщітковий двобічного живлення індукційний генератор [13], хоча й працює з характеристиками, подібними до традиційного, проте має додаткову перевагу підвищеної надійності та міцності завдяки відсутності щіток і контактних кілець [14].

За останні роки генерувальним елементом АСЕЖ все ширше практикується використання асинхронізованих генераторів (АСГ), в яких особливої уваги вимагають системи збудження з погляду їх будови та принципу дії. Однією з найважливіших вимог, які ставляться до систем збудження АСГ з одно – та двозонним діапазоном зміни швидкості обертання (вище і нижче синхронної), є безконтактний варіант виконання та забезпечення високої якості форми кривих струмів збудження в разі

змінного ковзання, що принципово відрізняє вимоги до систем збудження всіх інших видів генераторів та керованих електроприводів. Одним із базових елементів систем збудження таких АСГ слугують модулятори напруги, які можуть бути створені за одним з двох видів сімейств електричних схем: двофазно-трифазне та трифазно-трифазне кожне з яких, своєю чергою, складається ще з декількох видів електричних схем.

Аналіз науково-технічної літератури та принципів функціонування наявних систем збудження показує, що однією з найефективніших безконтактних систем збудження, яка задовольняє зазначені вимоги, є система збудження на базі каскадних електромашинних модуляторів [15], [16]. Надалі назвемо цю систему збудження безконтактним каскадним модуляторним вентиляним збуджувачем. Характерною його особливістю є наявність у їх структурі модулятора напруги та безпосереднього тиристорного перетворювача частоти з природною комутацією, що забезпечує простоту системи керування та високу якість струму збудження, а це, своєю чергою, є важливою передумовою отримання високоякісної напруги генератора, включно зі стабільністю її частоти за умови змінної швидкості обертання ротора.

Такі ідеї вже були запропоновані раніше. Практичність і дієвість асинхронізованих генераторів на базі безконтактних вентиляних систем збудження була доведена математичним моделюванням і комп'ютерним дослідженням та аналізом закономірностей перебігу електромагнітних і електромеханічних процесів. Так, у [15] закладено теоретичні засади таких АСГ, а у [16] запропонована математична модель АСЕЖ на базі асинхронізованого генератора з безконтактною вентиляною системою збудження (БВСЗ).

**Мета і завдання статті.** Розроблені та опубліковані раніше математичні моделі АСЕЖ на базі АСГ стабільної частоти з трифазно-трифазним безконтактним каскадним модуляторним вентиляним збуджувачем стосувалися лише асинхронного режиму роботи систем збудження (СЗ) таких генераторів. А загалом такі СЗ можуть працювати і в синхронному режимі. З метою розширення функційних можливостей математичних моделей АСЕЖ з безконтактними каскадними вентиляними системами збудження на базі трифазно-трифазного модулятора напруги,

орієнтованих на комп'ютерне дослідження АВЕУ, ставиться задача розробки математичної моделі трифазно-трифазного модулятора напруги, яка забезпечить функціонування цієї системи збудження як в асинхронному, так і в синхронному режимі її роботи.

**Принцип дії АСГ.** Насамперед звернемо увагу на особливу обставину, яка полягає в тому, що в назві статті фігурує словосполучення "Математична модель трифазно-трифазного модулятора напруги...". Проте описати роль модулятора напруги та його принцип дії з представленням результатів моделювання без врахування інших структурних елементів системи збудження АСГ (тиристорного комутатора і обмотки ротора генератора) практично не можливо. Тому для опису математичної моделі модулятора напруги за трифазно-трифазною схемою наведемо схему силового електричного кола всієї системи АСГ, яка зображена на рис. 1 та описана нижче.

На схемі рис. 1 прийнята така система позначення структурних елементів. Літерою  $G$  позначено сам генератор, який живить локальну автономну електромережу –  $H$ . Генератором слугує асинхронна машина з фазним ротором, фази роторної обмотки якої розщеплені на дві гілки. Ротор генератора живиться від тиристорного комутатора циклоконверторного типу  $T$ , що встановлений на одному валі з ротором генератора. Також на цьому валі змонтовані ротори двох асинхронних машин  $M1$  і  $M2$ , які функційно утворюють каскадний модулятор напруги. Статорні обмотки машин  $M1$  і  $M2$  живляться від трифазних джерел живлення  $E1$  і  $E2$ , відповідно. Решта позначень на схемі рис. 1 є такими. Літерами  $e$ ,  $i$  та  $\varphi$  ідентифіковано фазні електрорушійні сили джерел живлення статорних обмоток машин модулятора, струми внутрішніх і зовнішніх фазних гілок та потенціали незалежних вузлів схеми, відповідно. Нижні індекси в позначенні координат машин  $M1$ ,  $M2$  і генератора  $G$  містять літери  $R$  та  $S$ , що позначають належність струмів до ротора і статора відповідної асинхронної машини і генератора, а літери  $G$ ,  $M$  та  $E$  означають належність до генератора, машин  $M1$ ,  $M2$  та джерел живлення  $E1$  та  $E2$ , відповідно. Верхніми індексами (1) та (2) в позначеннях координат ідентифіковано номери асинхронних машин модулятора  $M1$  та  $M2$  і трифазних джерел живлення  $E1$  та  $E2$ .

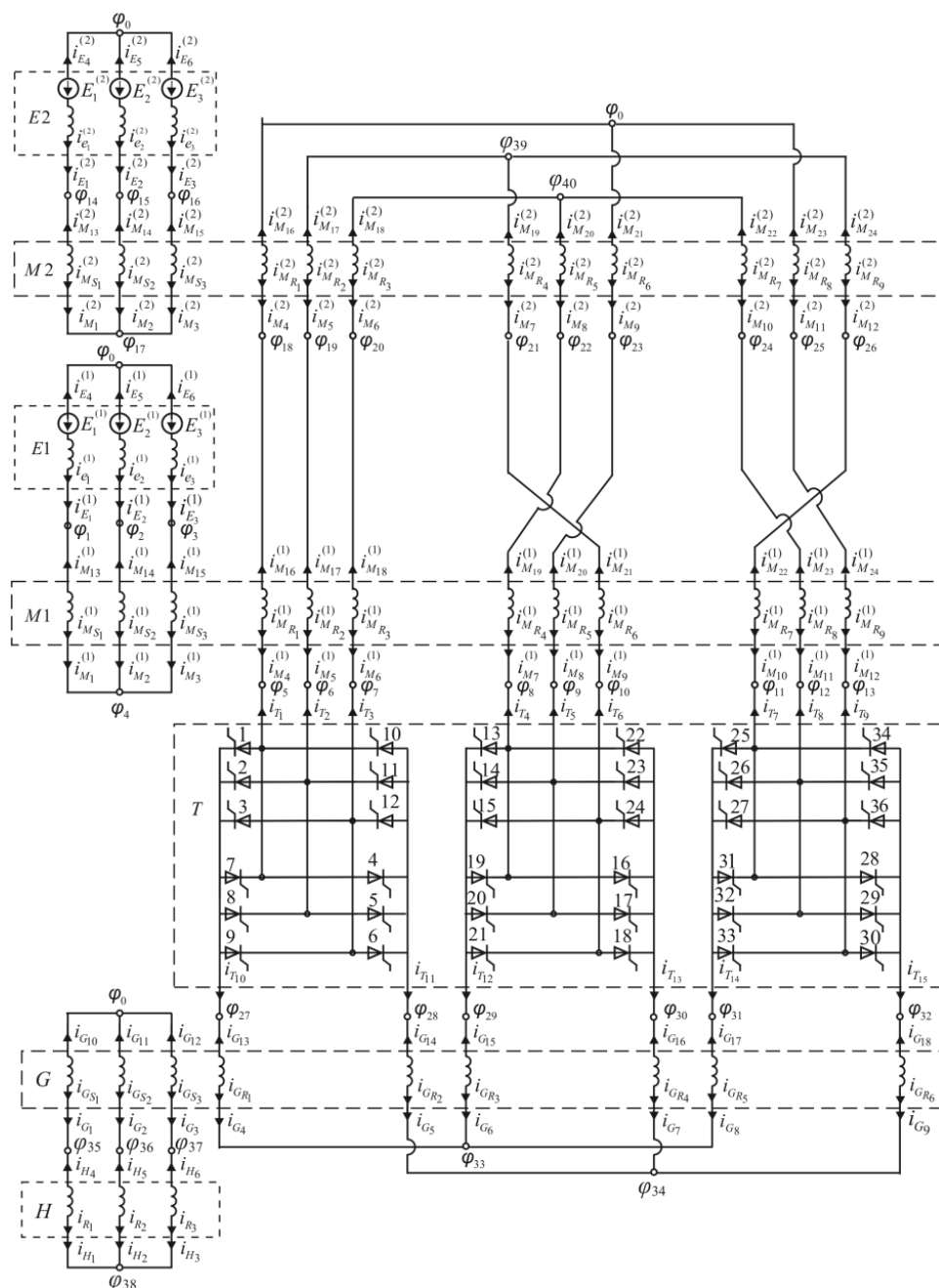


Рис. 1. Схема силового електричного кола АСЕЖ на базі АСГ з БВСЗ

Схема на рис. 1 відображає особливості з'єднань розщеплених фазних гілок роторних обмоток машин *M1* та *M2* в декількох можливих варіантах. Ці гілки для машин модулятора *M1* та *M2* утворюють каскад, бо

з'єднані між собою послідовно з перехресненням. Перехресна схема з'єднання слугує одним з чинників, що забезпечує на виході модулятора модуляцію напруги частоти ковзання генератора. З боку входу роторної обмотки  $M2$  її розщеплені фазні гілки можуть бути з'єднані за трьома схемами, перша з яких ідентифікується як розподілена (вона відображена на схемі рис. 1), коли у вузлі  $\varphi_0$  роторної обмотки другої машини модулятора  $M2$  з'єднані перша гілка фази  $a$ , друга гілка фази  $c$  та третя гілка фази  $b$ ; у вузлі  $\varphi_{39}$  з'єднані перша гілка фази  $b$ , друга гілка фази  $a$  та третя гілка фази  $c$ ; у вузлі  $\varphi_{40}$  з'єднані перша гілка фази  $c$ , друга гілка фази  $b$  та третя гілка фази  $a$ .

Другу схему ідентифікуємо як окреме з'єднання, коли в трьох окремих вузлах  $\varphi_0$ ,  $\varphi_{39}$ ,  $\varphi_{40}$ , для кожної з трьох груп розщеплених фазних гілок з'єднані розщеплені гілки всіх трьох фаз  $a$ ,  $b$ ,  $c$ . Тобто, у вузлі  $\varphi_0$  з'єднані розщеплені гілки першої групи всіх трьох фаз –  $a$ ,  $b$ ,  $c$ ; у вузлі  $\varphi_{39}$  з'єднані розщеплені гілки другої групи всіх трьох фаз –  $a$ ,  $b$ ,  $c$ ; у вузлі  $\varphi_{40}$  з'єднані розщеплені гілки третьої групи всіх трьох фаз –  $a$ ,  $b$ ,  $c$ .

За третьою схемою (спільного з'єднанням) всі розщеплені гілки всіх трьох фаз обмотки ротора другої машини модулятора  $M2$  з'єднані в одному спільному вузлі  $\varphi_0$ , а вузлів  $\varphi_{39}$ ,  $\varphi_{40}$  на схемі не буде.

Стосовно можливих схем з'єднання фазних гілок ротора генератора зазначимо, що тут також можливі три варіанти: з'єднання розщеплених фазних гілок – у дві зірки (що безпосередньо відображено на схемі рис. 1 з'єднання за мостовою схемою, коли дві розщеплені гілки кожної з трьох фаз з'єднані послідовно через трифазний двомостовий (з двома інверсними мостами) тиристорний перетворювач частоти; з'єднання фазних гілок обмотки ротора генератора в одну зірку, що вимагає переформатування схеми комутатора з виключенням половини тиристорів. Слід акцентувати увагу на тому, що кожна з цих трьох схем як модулятора, так і генератора критично впливає на закономірності перебігу електромагнітних процесів, які відбуваються в цілій системі вентильного збудження. З погляду фізики процесів різні схеми з'єднання розщеплених фазних гілок машин модулятора і генератора (включно з їх комбінаціями) визначають кожен окрему математичну модель з поміж всіх можливих варіантів силових схем.

В асинхронному режимі роботи АСГ частота напруги генератора (частота потрібна для споживача електроенергії) визначається частотою напруги джерел живлення  $E1$  та  $E2$  і не залежить від частоти обертання ротора генератора. Так, для отримання стабільної частоти в 50 Герц на виході статорної обмотки генератора  $G$ , частота живлення мереж  $E1$  і  $E2$  має бути стабільною і дорівнювати  $f_{E1} = f_{E2} = 50$  Герц. Частота модуляції напруги на виході модулятора (на вході тиристорного комутатора) буде дорівнювати частоті ковзання генератора  $G$ . Такий режим роботи АСЕЖ значною мірою вже опрацьований та опублікований у наукових джерелах [15, 16]. Не опублікованими залишаються математичні моделі модулятора напруги та результати комп'ютерного аналізу електромагнітних процесів, які відбуваються в модуляторі напруги, що і є предметом цієї наукової праці.

**Основний матеріал.** Через те, що трифазні електричні джерела живлення  $E1$  та  $E2$  статорних обмоток асинхронних машин модулятора напруги  $M1$  та  $M2$  (рис. 1) було віднесено до модулятора напруги, його математична модель складається з чотирьох структурних елементів: математичних моделей трифазних асинхронних машин  $M1$ ,  $M2$  та математичних моделей трифазних мереж живлення  $E1$ ,  $E2$ . Моделі машин розробимо на базі теорії математичного моделювання електромашин-вентильних систем [18, 19] із застосуванням окремих положень інших наукових праць, опублікованих у [17, 20, 21], а тому тут викладемо лише математичні моделі асинхронних машин модулятора  $M1$  та  $M2$ , опускаючи моделі джерел живлення  $E1$  та  $E2$ .

**Математична модель першої асинхронної машини  $M1$  модулятора напруги.** Математичну модель першої асинхронної машини представимо в модульній формі топологічно 24-ри полюсником у вигляді векторного рівняння зовнішніх гілок, яке має такий вигляд:

$$p i_M^{(1)} + \Gamma_M^{(1)} \cdot \varphi_M^{(1)} + C_M^{(1)} = 0, \quad (1)$$

де

$$i_M^{(1)} = (i_{M1}^{(1)}, i_{M2}^{(1)}, i_{M3}^{(1)}, i_{M4}^{(1)}, i_{M5}^{(1)}, i_{M6}^{(1)}, i_{M7}^{(1)}, i_{M8}^{(1)}, i_{M9}^{(1)}, i_{M10}^{(1)}, i_{M11}^{(1)}, i_{M12}^{(1)}, \\ i_{M13}^{(1)}, i_{M14}^{(1)}, i_{M15}^{(1)}, i_{M16}^{(1)}, i_{M17}^{(1)}, i_{M18}^{(1)}, i_{M19}^{(1)}, i_{M20}^{(1)}, i_{M21}^{(1)}, i_{M22}^{(1)}, i_{M23}^{(1)}, i_{M24}^{(1)})$$

– вектор струмів зовнішніх гілок;

$$\varphi_M^{(1)} = (\varphi_{M_1}^{(1)}, \varphi_{M_2}^{(1)}, \varphi_{M_3}^{(1)}, \varphi_{M_4}^{(1)}, \varphi_{M_5}^{(1)}, \varphi_{M_6}^{(1)}, \varphi_{M_7}^{(1)}, \varphi_{M_8}^{(1)}, \varphi_{M_9}^{(1)}, \varphi_{M_{10}}^{(1)}, \varphi_{M_{11}}^{(1)}, \varphi_{M_{12}}^{(1)}, \varphi_{M_{13}}^{(1)}, \varphi_{M_{14}}^{(1)}, \varphi_{M_{15}}^{(1)}, \varphi_{M_{16}}^{(1)}, \varphi_{M_{17}}^{(1)}, \varphi_{M_{18}}^{(1)}, \varphi_{M_{19}}^{(1)}, \varphi_{M_{20}}^{(1)}, \varphi_{M_{21}}^{(1)}, \varphi_{M_{22}}^{(1)}, \varphi_{M_{23}}^{(1)}, \varphi_{M_{24}}^{(1)})$$

– вектор потенціалів зовнішніх вузлів;

$$\Gamma_M^{(1)} = \begin{bmatrix} (L_{M_{SR}}^{(1)})^{-1} & -(L_{M_{SR}}^{(1)})^{-1} \\ -(L_{M_{SR}}^{(1)})^{-1} & (L_{M_{SR}}^{(1)})^{-1} \end{bmatrix} \quad (2)$$

– матриця коефіцієнтів.

Компоненти матриці коефіцієнтів (2) мають таку структуру:

$$L_{M_{SR}}^{(1)} = \begin{bmatrix} L_{S,S}^{(1)} & L_{S,R}^{(1)} \\ L_{R,S}^{(1)} & L_{R,R}^{(1)} \end{bmatrix}, \quad (3)$$

де  $L_{S,S}^{(1)}$  – матриця власних індуктивностей контурів статора;  $L_{S,R}^{(1)}, L_{R,S}^{(1)}$  – матриці взаємних індуктивностей між контурами статора і ротора та між контурами ротора і статора, відповідно, які взаємно транспоновані;  $L_{R,R}^{(1)}$  – матриця власних індуктивностей контурів ротора.

Своєю чергою, компоненти матриці коефіцієнтів (3) мають таку структуру:

$$L_{S,S}^{(1)} = \frac{2}{3} \cdot \begin{bmatrix} \frac{L_m^{(1)} + L_{S\sigma}^{(1)} + \frac{L_{S0}^{(1)}}{2}}{2} & \frac{-L_m^{(1)} - L_{S\sigma}^{(1)} + L_{S0}^{(1)}}{2} & \frac{-L_m^{(1)} - L_{S\sigma}^{(1)} + L_{S0}^{(1)}}{2} \\ \frac{-L_m^{(1)} - L_{S\sigma}^{(1)} + L_{S0}^{(1)}}{2} & \frac{L_m^{(1)} + L_{S\sigma}^{(1)} + \frac{L_{S0}^{(1)}}{2}}{2} & \frac{-L_m^{(1)} - L_{S\sigma}^{(1)} + L_{S0}^{(1)}}{2} \\ \frac{-L_m^{(1)} - L_{S\sigma}^{(1)} + L_{S0}^{(1)}}{2} & \frac{-L_m^{(1)} - L_{S\sigma}^{(1)} + L_{S0}^{(1)}}{2} & \frac{L_m^{(1)} + L_{S\sigma}^{(1)} + \frac{L_{S0}^{(1)}}{2}}{2} \end{bmatrix},$$

де  $L_m^{(1)}, L_{S\sigma}^{(1)}, L_{S0}^{(1)}$  – робоча індуктивність, індуктивність розсіювання та індуктивність нульової послідовності статора  $MI$ .

Матриця взаємних індуктивностей між контурами статора і ротора  $MI$  має таку структуру:

$$L_{S,R}^{(1)} = \frac{2}{3} \cdot \frac{L_m^{(1)}}{K_i^{(1)}} \cdot \begin{bmatrix} L_{M_{S,R_1}}^{(1)} & L_{M_{S,R_2}}^{(1)} & L_{M_{S,R_3}}^{(1)} \end{bmatrix}$$

в якій

$$L_{M,S,R_1}^{(1)} = L_{M,S,R_2}^{(1)} = L_{M,S,R_3}^{(1)} = \begin{bmatrix} \cos(\gamma^{(1)}) & \cos(\gamma^{(1)} - \rho) & \cos(\gamma^{(1)} + \rho) \\ \cos(\gamma^{(1)} + \rho) & \cos(\gamma^{(1)}) & \cos(\gamma^{(1)} - \rho) \\ \cos(\gamma^{(1)} - \rho) & \cos(\gamma^{(1)} + \rho) & \cos(\gamma^{(1)}) \end{bmatrix},$$

де  $K_i^{(1)}$  – коефіцієнт приведення обмотки ротора до обмотки статора  $M1$ ,  $\gamma^{(1)}$  – електричний кут повороту ротора  $M1$ .

Матриця власних індуктивностей розщеплених фазних гілок ротора  $M1$  має таку будову:

$$L_{R,R}^{(1)} = \begin{bmatrix} L_{R1,1}^{(1)} & L_{R1,2}^{(1)} & L_{R1,3}^{(1)} \\ L_{R2,1}^{(1)} & L_{R2,2}^{(1)} & L_{R2,3}^{(1)} \\ L_{R3,1}^{(1)} & L_{R3,2}^{(1)} & L_{R3,3}^{(1)} \end{bmatrix},$$

складові елементи якої  $L_{R,j,i}^{(1)}$  ( $j = 1, \dots, 3; (i = 1, \dots, 3)$ ), своєю чергою, мають таку структуру:

$$L_{R,j,i}^{(1)} = \frac{2}{3} \cdot \frac{1}{(K_i^{(1)})^2} \cdot \begin{bmatrix} L_m^{(1)} + L_{R\sigma}^{(1)} + \frac{L_{R0}^{(1)}}{2} & \frac{-L_m^{(1)} - L_{R\sigma}^{(1)} + L_{R0}^{(1)}}{2} & \frac{-L_m^{(1)} - L_{R\sigma}^{(1)} + L_{R0}^{(1)}}{2} \\ \frac{-L_m^{(1)} - L_{R\sigma}^{(1)} + L_{R0}^{(1)}}{2} & L_m^{(1)} + L_{R\sigma}^{(1)} + \frac{L_{R0}^{(1)}}{2} & \frac{-L_m^{(1)} - L_{R\sigma}^{(1)} + L_{R0}^{(1)}}{2} \\ \frac{-L_m^{(1)} - L_{R\sigma}^{(1)} + L_{R0}^{(1)}}{2} & \frac{-L_m^{(1)} - L_{R\sigma}^{(1)} + L_{R0}^{(1)}}{2} & L_m^{(1)} + L_{R\sigma}^{(1)} + \frac{L_{R0}^{(1)}}{2} \end{bmatrix},$$

де  $L_{R\sigma}^{(1)}$ ,  $L_{R0}^{(1)}$  – приведені до статора індуктивності розсіювання ротора та індуктивність нульової послідовності ротора  $M1$ .

Компоненти вектора вільних членів з (1) мають таку структуру:

$$C_M^{(1)} = L_M^{(1)} \cdot i_M^{(1)} + R_M^{(1)} \cdot i_M^{(1)},$$

де  $L_M^{(1)}$  – похідна матриці  $L_M^{(1)}$  за кутом повороту ротора машини  $\gamma_M^{(1)}$ ;

$$R_M^{(1)} = \text{diag}(R_{M S_1}^{(1)}, R_{M S_2}^{(1)}, R_{M S_3}^{(1)}, R_{M R_1}^{(1)}, R_{M R_2}^{(1)}, R_{M R_3}^{(1)}, R_{M R_4}^{(1)}, \\ R_{M R_5}^{(1)}, R_{M R_6}^{(1)}, R_{M R_7}^{(1)}, R_{M R_8}^{(1)}, R_{M R_9}^{(1)})$$

– діагональна матриця активних опорів першої машини модулятора  $M1$ .

Матриця  $L_M^{(1)}$  має таку структуру:

$$L_M^{(1)} = \begin{bmatrix} 0 & L_{MS,R}^{(1)} \\ L_{MR,S}^{(1)} & 0 \end{bmatrix},$$

де  $L_{MR,S}^{(1)}$  – матриця, транспонована до матриці  $L_{MS,R}^{(1)}$ ,

$$L_{MS,R}^{(1)} = -\frac{2}{3} \cdot \frac{L_m^{(1)}}{K_i^{(1)}} \cdot P_0^{(1)} \cdot \omega_M \cdot \begin{bmatrix} L_{MS,R_1}^{(1)} & L_{MS,R_2}^{(1)} & L_{MS,R_3}^{(1)} \end{bmatrix},$$

в якій  $P_0^{(1)}$  – кількість пар полюсів  $MI$ ;  $\omega_M$  – механічна кутова частота обертання  $MI$ , а компоненти матриці  $L_{MS,R}^{(1)}$  визначаються за формулою:

$$L_{MS,R_1}^{(1)} = L_{MS,R_2}^{(1)} = L_{MS,R_3}^{(1)} = \begin{bmatrix} \sin(\gamma^{(1)}) & \sin(\gamma^{(1)} - \rho) & \sin(\gamma^{(1)} + \rho) \\ \sin(\gamma^{(1)} + \rho) & \sin(\gamma^{(1)}) & \sin(\gamma^{(1)} - \rho) \\ \sin(\gamma^{(1)} - \rho) & \sin(\gamma^{(1)} + \rho) & \sin(\gamma^{(1)}) \end{bmatrix}.$$

Математична модель другої машини модулятора  $M2$  є ідентичною до моделі  $MI$ .

Повна система рівнянь електричного стану, записана в базисі потенціалів незалежних вузлів схеми рис. 1 згідно [18] має такий вигляд:

$$A \cdot \varphi + B = 0, \quad (4)$$

де  $A$  – матриця коефіцієнтів,  $B$  – вектор вільних членів;  $\varphi = (\varphi_1, \varphi_2, \dots, \varphi_{40})$  – вектор потенціалів незалежних вузлів схеми рис. 1.

Матриця коефіцієнтів і вектор вільних членів система рівнянь (4) формуються з матриць коефіцієнтів, векторів вільних членів і матриць інцидентії трифазних джерел живлення [17] і машин модулятора (2) та решти структурних елементів схеми рис. 1 відповідно до топології електричного кола згідно з [18] за формулами:

$$A = \Pi_E^{(1)} \cdot \Gamma_E^{(1)} \cdot (\Pi_E^{(1)})^t + \Pi_E^{(2)} \cdot \Gamma_E^{(2)} \cdot (\Pi_E^{(2)})^t + \Pi_M^{(1)} \cdot \Gamma_M^{(1)} \cdot (\Pi_M^{(1)})^t + \Pi_M^{(2)} \cdot \Gamma_M^{(2)} \cdot (\Pi_M^{(2)})^t + \Pi_T \cdot \Gamma_T \cdot \Pi_T^t + \Pi_G \cdot \Gamma_G \cdot \Pi_G^t + \Pi_H \cdot \Gamma_H \cdot \Pi_H^t; \quad (5)$$

$$B = \Pi_E^{(1)} \cdot C_E^{(1)} + \Pi_E^{(2)} \cdot C_E^{(2)} + \Pi_M^{(1)} \cdot C_M^{(1)} + \Pi_M^{(2)} \cdot C_M^{(2)} + \Pi_T \cdot C_T + \Pi_G \cdot C_G + \Pi_H \cdot C_H, \quad (6)$$

де

$$\Gamma_E^{(1)}, \Gamma_E^{(2)}, \Gamma_M^{(1)}, \Gamma_M^{(2)}, \Gamma_T, \Gamma_G, \Gamma_H, C_E^{(1)}, C_E^{(2)}, C_M^{(1)}, C_M^{(2)}, C_T, C_G, C_H$$

– матриці коефіцієнтів і вектори вільних членів трифазних джерел живлення  $E1, E2$ ; асинхронних машин модулятора  $M1, M2$ ; тиристорного комутатора  $T$ ; генератора  $G$ ; статичного навантаження  $H$ .

$$P_E^{(1)}, P_E^{(2)}, P_M^{(1)}, P_M^{(2)}, P_T, P_G, P_H \quad (7)$$

– матриці інциденції трифазних джерел живлення, асинхронних машин модулятора, тиристорного комутатора, генератора та статичного навантаження  $H$ , які описують топологію електричної схеми рис. 1;

$$(P_E^{(1)})^t, (P_E^{(2)})^t, (P_M^{(1)})^t, (P_M^{(2)})^t, P_T^{(t)}, P_G^{(t)}, P_H^{(t)}$$

– матриці, транспоновані до матриць інциденції (7).

Кількість рядків матриць інциденції (7) визначається кількістю незалежних вузлів схеми, а кількість стовпців цих матриць кожного структурного елемента дорівнює кількості його зовнішніх гілок. Елементи матриць інциденції (7) дорівнюють одиниці, якщо зовнішня гілка цього елемента входить до відповідного вузла схеми та дорівнює нулю, якщо вона не входить до певного вузла схеми рис. 1.

**Алгоритм розрахунку електромагнітних процесів.** Вхідні дані умовно поділимо на дві групи. До першої з них віднесемо каталожні параметри всіх структурних елементів схеми рис. 1 (індуктивності і активні опори, а також решту каталожних даних асинхронних машин модулятора напруги і генератора та електрорушійні сили, частоту та індуктивність і активний опір джерел живлення  $E1, E2$ ), а до другої – масив стану тиристорів комутатора та початкові умови диференціальних рівнянь електричного стану, які систематизовані у вектор інтегрованих змінних, що має таку структуру:

$$\begin{aligned}
 V = (V_E^{(1)}, V_E^{(2)}, V_M^{(1)}, V_M^{(2)}, V_T, V_G, V_H, t) = & (i_{E_1}^{(1)}, i_{E_2}^{(1)}, i_{E_3}^{(1)}, i_{E_1}^{(2)}, i_{E_2}^{(2)}, i_{E_3}^{(2)}, \\
 & i_{M_1}^{(1)}, i_{M_2}^{(1)}, i_{M_3}^{(1)}, i_{M_4}^{(1)}, i_{M_5}^{(1)}, i_{M_6}^{(1)}, i_{M_7}^{(1)}, i_{M_8}^{(1)}, i_{M_9}^{(1)}, i_{M_{10}}^{(1)}, i_{M_{11}}^{(1)}, i_{M_{12}}^{(1)}, \gamma_M^{(1)}, \\
 & i_{M_1}^{(2)}, i_{M_2}^{(2)}, i_{M_3}^{(2)}, i_{M_4}^{(2)}, i_{M_5}^{(2)}, i_{M_6}^{(2)}, i_{M_7}^{(2)}, i_{M_8}^{(2)}, i_{M_9}^{(2)}, i_{M_{10}}^{(2)}, i_{M_{11}}^{(2)}, i_{M_{12}}^{(2)}, \gamma_M^{(2)}, \omega_M^{(2)}, \\
 & i_{T_1}, i_{T_2}, i_{T_3}, \dots, i_{T_{36}}, i_{G_{S_1}}, i_{G_{S_2}}, i_{G_{S_3}}, i_{G_{R_1}}, i_{G_{R_2}}, i_{G_{R_3}}, i_{G_{R_4}}, i_{G_{R_5}}, i_{G_{R_6}}, \\
 & \gamma_G, \omega_G, i_{H_1}, i_{H_2}, i_{H_3}, t).
 \end{aligned} \tag{8}$$

Елементами цього вектора слугують струми всіх електричних гілок схеми (рис. 1), електричні кути повороту роторів генератора і асинхронних машин модулятора напруги, механічні кутові частоти обертання роторів машин модулятора і генератора. Акцентуємо увагу на тому, що тиристорний комутатор, обмотки роторів генератора і машин модулятора встановлені на спільному валі. Останнім елементом вектора інтегрованих змінних (8) є час інтегрування  $t$ . Окрім вектора інтегрованих змінних друга група вхідних даних містить масив стану тиристорів комутатора, значення кожного елемента якого описує стан тиристора: 0 – тиристор у запертому стані, 1 – у стані провідності.

До результатів розрахунку електромагнітних і електромеханічних процесів відноситься вектор інтегрованих змінних (8), масив стану тиристорів та інформація, яка отримується не інтегруванням системи диференціальних рівнянь, а розв'язуванням системи алгебричних рівнянь електричного стану стосовно вектора незалежних вузлів схеми. Сюди ж входять електромагнітні моменти електричних машин та результати гармонічного аналізу електричних струмів і напруг.

Алгоритм розрахунку електромагнітних і електромеханічних процесів полягає у виконанні визначених дій в такій послідовності:

- на підставі початкових умов вектора інтегрованих змінних  $V$  (8) і каталожних даних структурних елементів (вхідних даних першої групи), формуються матриці коефіцієнтів та вектори вільних членів структурних елементів схеми: для трифазних джерел живлення  $E1, E2$  [17], асинхронних машин модулятора  $M1, M2$  (2), а також тиристорного комутатора, асинхронізованого генератора  $G$  та активно-індуктивного навантаження  $H$  і через них матриця коефіцієнтів  $A$  (5) та вектор вільних членів  $B$  (6) системи рівнянь

електричного стану (4), яка розв'язується методом Гауса стосовно вектора  $\varphi$  електричних потенціалів незалежних вузлів схеми силового електричного кола рис. 1;

- на зворотному ході на підставі вектора  $\varphi$  та матриць інциденції структурних елементів, визначають вектори потенціалів зовнішніх вузлів структурних елементів, через які, своєю чергою, визначаються вектори інтегрування окремих структурних елементів, виходячи з рівнянь зовнішніх гілок (для джерел живлення рівняння [17], а для машин модулятора рівняння (1));
- з векторів інтегрування окремих структурних елементів формується загальний вектор інтегрування  $pV$  для схеми рис. 1, що дорівнює похідній вектора інтегрованих змінних  $V$  (8) за часом  $t$  ( $pV = dV/dt$ ), останній елемент якого дорівнює 1, адже  $dt/dt = 1$ ;
- одним з явних методів чисельного інтегрування, на підставі вектора інтегрування  $pV$  та відомого кроку інтегрування  $\Delta t$ , визначають нове значення вектора  $V$ ;
- описана процедура продовжується до виходу поточного часу інтегрування  $t$  за межі заданого кінцевого.

На підставі описаної вище математичної моделі і алгоритму розроблено програмний код мовою програмування високого рівня, який дає змогу за допомогою персональних комп'ютерів розраховувати електромагнітні і електромеханічні процеси, що відбуваються в піддослідному електротехнічному комплексі.

**Аналіз електромагнітних процесів трифазно-трифазного модулятора напруги.** Принцип роботи асинхронізованого генератора ґрунтується на модуляції напруги в електричному колі його системи збудження за допомогою модулятора, а тому критично важливо виконати докладний аналіз перебігу електромагнітних процесів, які відбуваються в машинах модулятора з врахуванням всіх можливих схем сполучення фазних гілок роторних обмоток машин модулятора. Схеми тиристорного комутатора та схеми з'єднання розщеплених фазних гілок ротора генератора (дві зірки, одна зірка і мостова схема) також впливають на закономірності перебігу електромагнітних процесів. Виходячи з обмеження обсягу публікацій, тут виконаємо аналіз електромагнітних

процесів лише для однієї схеми обмотки ротора генератора і комутатора – у дві зірки, яка зображена на рис. 1.

В розробленій математичній моделі АСГ і відповідному програмному коді в одному з варіантів моделювання роботи вітрової турбіни (рушія ротора генератора) передбачена можливість комп'ютерного моделювання електромагнітних процесів, виходячи з заданого, відомого закону ковзання АСГ, який математично описується априорі визначеною функцією  $S = S(t)$ . Такий варіант дає змогу виразно виокремити базові закономірності перебігу електромагнітних процесів та на їх підставі з'ясувати принцип роботи АСГ і коректність його функціонування загалом, а тому розрахунок електромагнітних процесів виконаємо саме в цьому варіанті роботи вітрової турбіни.

На рис. 2 зображена функція двозонного ковзання  $S$ , характер якої сформовано так, щоб вона охоплювала додатне, нульове і від'ємне значення ковзання, що, своєю чергою, вказує на те, що кутова частота обертання ротора АСГ відхиляється як у бік вищої від синхронної ( $S < 0$ ), так і в бік нижчої від синхронної ( $S > 0$ ). Така ситуація є цілком реалістичною саме для вітроенергетичних установок (ВЕУ), адже швидкість вітру мінлива як в часі, так і за напрямками в просторі. Нульове значення ковзання ( $S = 0$ ) вказує на синхронну швидкість обертання ротора генератора. На рис. 3 зображено розрахункова залежність миттєвого значення струму збудження АСГ. Зміст кривих цих струмів розглянемо нижче.

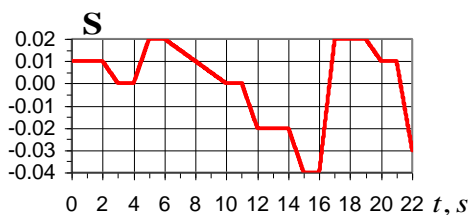


Рис. 2. Розрахункова залежність ковзання  $S=S(t)$

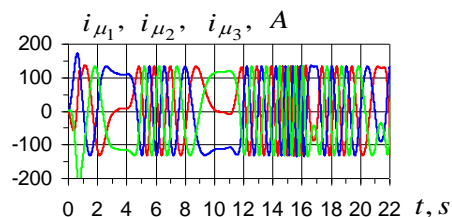
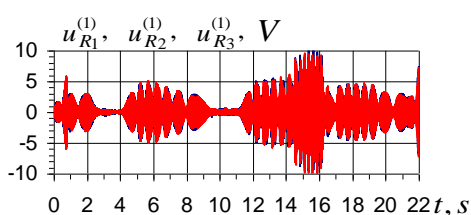


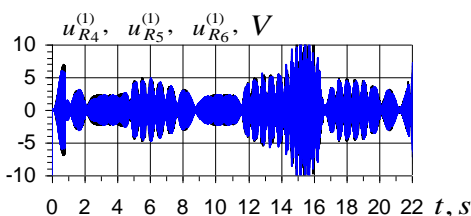
Рис. 3. Розрахункова залежність струму збудження АСГ

На рис. 4 а), б), в) зображені розрахункові залежності спадів миттєвих напруг на послідовно з'єднаних розщеплених фазних гілках роторних обмоток машин модулятора для кожної з трьох їх груп.

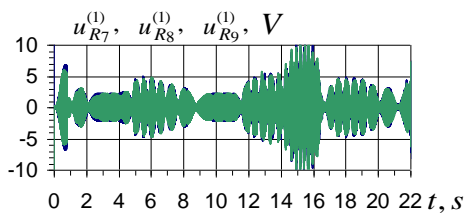
Аналогічно напругам, на рис. 5. а), б), в) зображені розрахункові залежності миттєвих значень струмів розщеплених фазних гілок роторної обмотки першої машини модулятора. Як видно з цих рисунків і криві напруг, і криві струмів розщеплених фазних гілок мають модульовану форму, в якій простежується закономірність зміни амплітуди (модуляція) цих координат залежно від ковзання  $S$ . З рис. 4 та рис. 5 видно, що на ділянках постійного значення ковзання амплітуда струмів і напруг залишається постійною, що однозначно відповідає фізиці процесів, які відбуваються в модуляторі напруги відповідно до принципу його дії. Криві струмів і напруг на графіках рис. 4 та рис. 5 і якісно, і кількісно описують фізику електромагнітних процесів, які відбуваються в модуляторі напруги та водночас підтверджують як теоретичні передбачення принципу роботи модулятора напруги, так і адекватність математичної моделі.



а)

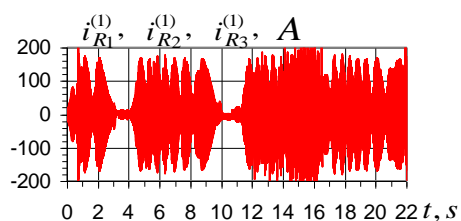


б)

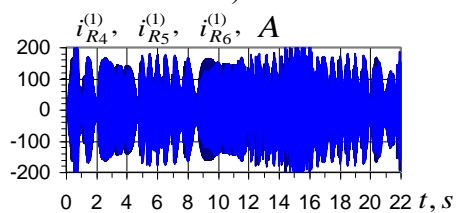


в)

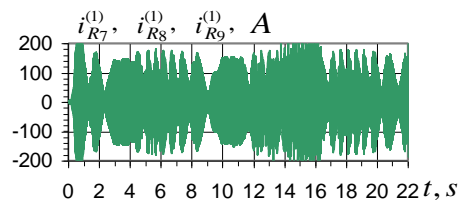
Рис. 4. Миттєві напруги розщеплених фазних гілок обмотки ротора першої машини модулятора



а)



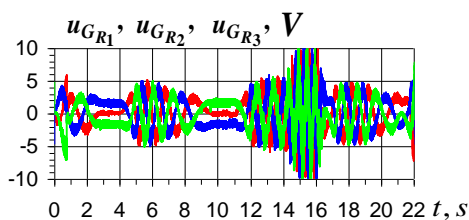
б)



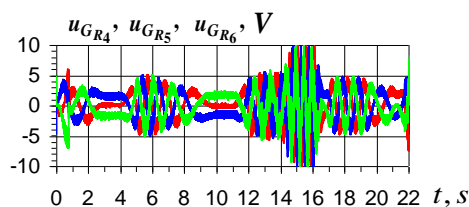
в)

Рис. 5. Миттєві струми розщеплених фазних гілок обмотки ротора першої машини модулятора

На рис. 6 та рис. 7 зображені розрахункові залежності напруг і струмів розщеплених фазних гілок (двох зірок) обмотки ротора генератора. Як видно з цих рисунків, модуляція напруги на вході комутатора також проявляється в характері і формі напруг і формі струмів обмотки ротора генератора. Закономірність їх зміни полягає в тому, що огинаюча напруг і струмів має частоту ковзання. На ділянках, де ковзання дорівнює нулю, формується випрямлена фазна напруга і випрямлений струм обмотки ротора генератора. На цих ділянках АСГ працює в синхронному режимі, адже частота обертання ротора генератора є синхронною.

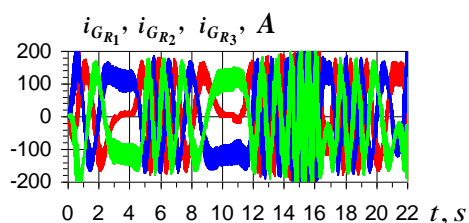


а)

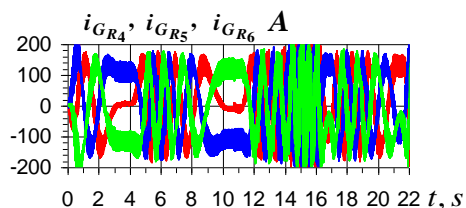


б)

Рис. 6. Розрахункові залежності миттєвих напруг розщеплених фазних гілок обмотки ротора АСГ



а)



б)

Рис. 7. Розрахункові залежності миттєвих струмів розщеплених фазних гілок обмотки ротора АСГ

Для повного аналізу закономірностей перебігу електромагнітних процесів, які відбуваються в АСГ, докладно розглянемо характер і сутність струмів, зображених на рис. 3. Формально це розрахункові струми, які дорівнюють половині суми струмів розщеплених фазних гілок обмотки ротора генератора (струмів першої та другої зірки) тобто, сумі струмів з рис. 7 а) та рис. 7 б)  $i_{\mu_j} = (i_{GR_j} + i_{GR_{j+3}}) / 2$  ( $j = 1, 2, 3$ ). Фізично цей

розрахунковий струм слугує аналогом еквівалентного струму збудження генератора, а тому його характер і форма має критичний вплив на якість напруги, яка індукується в обмотці статора генератора. Формування саме таких струмів і напруг, які отримані тут в обмотці ротора генератора та зображені на рис. 3 – рис. 7, покладено в основу принципу роботи АСГ з безконтактною вентильною системою збудження на базі каскадного модулятора напруги, що забезпечує постійну частоту напруги в статорі генератора не залежно від частоти обертання його ротора. Адже це забезпечує постійну і потрібну (задану) частоту обертового магнітного поля генератора стосовно його обмотки статора в разі асинхронного обертання ротора генератора (коли  $S \neq 0$ ) та, як наслідок, відповідно постійну частоту напруги, яка індукується в обмотці статора АСГ.

**Висновки.** На базі теорії математичного моделювання електромашино-вентильних систем розроблено математичну модель модулятора напруги у фазних (фізичних) координатах за трифазно-трифазною схемою як структурного елемента безконтактної вентильної системи збудження асинхронізованого генератора АВЕУ. Модель орієнтована на явні методи чисельного інтегрування та є унікальною як з погляду особливості призначення і будови модулятора та принципу його дії, так і з погляду врахування найважливіших чинників впливу на перебіг електромагнітних процесів, які відбуваються в трифазно-трифазному модуляторі напруги, що становить наукову новизну.

Розроблена математична модуль є критично важливою компонентою асинхронізованого генератора з безконтактною вентильною системою збудження на базі каскадного модулятора напруги, а сам такий генератор забезпечує як стабілізування частоти напруги автономної вітроенергетичної установки АВЕУ за умови змінної швидкості обертання вітрової турбіни в широкому діапазоні, так і високу якість струму збудження, а значить виску якість напруги генератора в контексті її гармонічного спектру, входячи з будови та принципу роботи асинхронізованого генератора.

Розроблена математична модель каскадного модулятора напруги за трифазно-трифазною схемою в частині математичних моделей асинхронних машин (його структурних елементів) з розщепленими

фазними гілками обмотки ротора придатна для її використання в моделі асинхронізованого генератора АВЕУ, а моделі окремих асинхронних машин у формі багатополісників є готовими структурними елементами і для модулятора напруги, і для довільних інших електротехнічних комплексів, що становить практичну значимість.

На базі математичної моделі розроблено програмний код, за допомогою якого виконано комп'ютерне дослідження електромагнітних процесів модулятора напруги. Результати дослідження представлені розрахунковими залежностями миттєвих значень фазних напруг і струмів, а характер їх кривих підтверджує відповідність фізиці процесів.

Математична модель трифазно-трифазного каскадного модулятора напруги разом з програмним кодом становлять симбіоз, що слугує засобом комп'ютерного дослідження, який водночас є підсистемою автоматизованого проектування АСГ такого типу, що має і наукову новизну, і практичну значимість.

Отримані наукові результати є достовірними та однозначно окреслюють перспективу подальших досліджень, яка полягає в розробці математичної моделі цілої автономної вітроенергетичної установки включно з системою споживачів електроенергії, серед яких: електричні двигуни змінного струму, трансформатори, освітлювальне та нагрівальне устаткування, випрямлячі, акумулятори та інвертори.

#### **Список літератури:**

1. *Nassar Y.* Sustainable development and the surge in electricity demand across emerging economies / *Y. Nassar, M. Khaleel* // *International Journal of Electrical Engineering and Sustainability*. – 2024. – Vol. 2. – № 1. – P. 51-60.
2. *Mathaba D.* Impact assessment of electricity shortage on enterprises: A systematic literature review / *D. Mathaba, P. Lebepe* // *Energy for Sustainable Development*. – 2024. – № 81. – Режим доступу: <https://doi.org/10.1016/j.esd.2024.101468>.
3. *Oluwagbenga A.* Wind turbine generators: Conventional and emerging technologies / *A. Oluwagbenga, T. Oyedokun* // *IEEE PES PowerAfrica*, Cape Town, South Africa, 2017.
4. *Jinxin O.* Emergency frequency control method for power system containing wind generation based on coordination of frequency-autonomous-response, constant-power-control-switching and generator-tripping or load-shedding / *O. Jinxin, S. Bi, Z. Aogui, X. Shoudong, W. Jian* // *International Journal of Electrical Power and Energy Systems*. – 2024. – № 162. – Режим доступу: <https://doi.org/10.1016/j.ijepes.2024.110290>.

5. *Yingjie T.* A suboptimal power-point-tracking-based primary frequency response strategy for DFIGs in hybrid remote area power supply systems / *T. Yingjie, L. Meegahapola, K. Muttaqi* // *IEEE Transactions on Energy Conversion.* – 2015. – Vol. 31. – № 1. – P. 93-105. – Режим доступу: <https://doi.org/10.1109/TEC.2015.2476827>.
6. *de Almeida R.* Optimum generation control in wind parks when carrying out system operator requests/ *R. de Almeida, E. Castronuovo, P. Lopes* // *IEEE transactions on power systems.* – 2006. – Vol. 21. – № 2. – P. 718-725. – Режим доступу: <https://doi.org/10.1109/TPWRS.2005.861996>.
7. *Mahrouch A.* Primary frequency regulation based on deloaded control, ANN, and 3D-fuzzy logic controller for hybrid autonomous microgrid / *A Mahrouch., M. Ouassaid, A. Mahrouch, M. Ouassaid* // *Technology and Economics of Smart Grids and Sustainable Energy.* – 2022. – Vol. 7. – № 1. – Режим доступу: <https://doi.org/10.1007/s40866-022-00125-2>.
8. *Kovalenko M.* Construction of the mathematical model of magnetic transmission for an autonomous wind power plant/ *M. Kovalenko, I. Kovalenko, I. Tkachuk, M. Reutskyi, A. Harford* // *Eastern-European Journal of Enterprise Technologies.* – 2024. – Vol. 128. – № 5. – P. 718-725. – Режим доступу: <https://doi.org/10.15587/1729-4061.2024.302008>.
9. *Takeru K.* Demonstration of Frequency Regulation via Autonomous Load Control / *K. Takeru, T. Kubo, J. Kondoh*// *IEEE Access.* – 2024. – Режим доступу: <https://doi.org/10.1109/ACCESS.2024.3434984>.
10. *Maloth R.* A novel fuzzy assisted sliding mode control approach for frequency regulation of wind-supported autonomous microgrid / *R. Maloth, K. Anil, P. Kumar, B. Hussaian*// *Scientific Reports.* – 2024. – Vol. 14. – № 1. – Режим доступу: <https://doi.org/10.1038/s41598-024-83202-z>.
11. *Camm E.* Characteristics of wind turbine generators for wind power plants / *E. Camm, M. Behnke, O. Bolado, M. Bollen, M. Bradt, C. Brooks* // в *IEEE Power & Energy Society General Meeting.* – 2009.
12. *Mazen A.-S.* Transient analysis of grid-connected wind-driven PMSG, DFIG and SCIG at fixed and variable speeds / *A.-S. Mazen, A. Abdel, M. Mahmoud* // *Innovative systems design and Engineering.* – 2011. – Vol. 2. – № 3. – P. 135-152.
13. *Balasubramaniam A.* Modelling, simulation and analysis of doubly fed induction generator for wind turbines / *A. Balasubramaniam, R. Babypriya* // *Journal of electrical engineering.* – 2009. – Vol. 60. – № 2. – P. 79-85.
14. *Vitanova S.* Comparing SCIG and DFIG for wind generating conditions in Macedonia / *S. Vitanova, V. Stoilkov, V. Dimcev* // *Renewable Energy and Power Quality Journal.* – 2011. – Vol. 9. – № 1. – Режим доступу: <https://doi.org/10.24084/repqj09.538>.
15. *Василів К.М.* Методи і моделі аналізу процесів автономних систем електроживлення на базі асинхронізованого генератора з безконтактним каскадним модульованим збуджувачем: дис. доктора техн. наук: 05.09.03 / *К. Василів.* – К.: 2010. – 398 с.
16. *Василів К.М.* Математична модель динамічних процесів автономної електроенергетичної системи на базі безконтактного асинхронізованого генератора з трифазно-трифазним каскадним модульованим збуджувачем / *К.М. Василів* // *Технічна*

електродинаміка. – 2004. – № 5. – С. 50–55.

**17. Васи́лів К.М.** Математична модель двофазно-трифазного модулятора напруги безконтактної вентиляльної системи збудження асинхронізованого генератора / *К.М. Васи́лів І.Т. Стецик* // Вісник Національного університету "Львівська політехніка". Серія: Комп'ютерні системи проектування. Теорія та практика. – 2025. – Том. 7. – № 1. – С. 271-287. – Режим доступу: <https://doi.org/10.23939/cds2025.01.271>.

**18. Плахтина Е.Г.** Математическое моделирование электромашинно-вентильных систем / *Е.Г. Плахтина* // Львів: Вища школа. – 1986. – 164 с.

**19. Фильц Р.В.** Математические основы теории электромеханических преобразователей / *Р. Фильц* // Київ: Наукова думка. – 1979. – 208 с.

**20. Глухивский Л.И.** Расчет периодических процессов электротехнических устройств / *Л.И. Глухивский* // Львів: Вища школа. – 1984. – 164 с.

**21. Перхач В.С.** Теоретична електротехніка: лінійні кола / *В.С. Перхач* // Київ: Вища школа. – 1992. – 439 с.

#### **References:**

**1. Nassar, Y. and Khaleel, M. (2024).** “Sustainable development and the surge in electricity demand across emerging economies”. *International Journal of Electrical Engineering and Sustainability*. Vol. 2, № 1, available at: <https://doi.org/10.3390/sym12060952>.

**2. Mathaba, D. and Lebepe, P. (2024).** “Impact assessment of electricity shortage on enterprises: A systematic literature review”. *Energy for Sustainable Development*. № 81, available at: <https://doi.org/10.1016/j.esd.2024.101468>.

**3. Oluwagbenga, A. and Oyedokun, T. (2017).** “Wind turbine generators: Conventional and emerging technologies”. *IEEE PES PowerAfrica, Cape Town, South Africa*.

**4. Jinxin, O., Bi, S., Aogui, Z., Shoudong, X. and Jian, W. (2024).** “Emergency frequency control method for power system containing wind generation based on coordination of frequency-autonomous-response, constant-power-control-switching and generator-tripping or load-shedding”. *International Journal of Electrical Power and Energy Systems*. № 162, available at: <https://doi.org/10.1016/j.ijepes.2024.110290>.

**5. Yingjie, T., Meegahapola, L. and Muttaqi, K. (2015).** “A suboptimal power-point-tracking-based primary frequency response strategy for DFIGs in hybrid remote area power supply systems”. *IEEE Transactions on Energy Conversion*. Vol. 31, № 1, available at: <https://doi.org/10.1109/TEC.2015.2476827>.

**6. de Almeida, R., Castronuovo, E. and Lopes, P. (2006).** “Optimum generation control in wind parks when carrying out system operator requests”. *IEEE transactions on power systems*. Vol. 21, № 2, available at: <https://doi.org/10.1109/TPWRS.2005.861996>.

**7. Mahrouch, A., Ouassaid, M., Mahrouch, A. and Ouassaid, M. (2022).** “Primary frequency regulation based on deloaded control, ANN, and 3D-fuzzy logic controller for hybrid autonomous microgrid”. *Technology and Economics of Smart Grids and Sustainable Energy*. Vol. 7, № 1, available at: <https://doi.org/10.1007/s40866-022-00125-2>.

8. Kovalenko, M., Kovalenko, I., Tkachuk, I., Reutskyi, M. and Harford, A. (2024). "Construction of the mathematical model of magnetic transmission for an autonomous wind power plant". "Eastern-European Journal of Enterprise Technologies". Vol. 128, № 5, available at: <https://doi.org/10.15587/1729-4061.2024.302008>.
9. Takeru, K., Kubo, T. and Kondoh, J. (2024). "Demonstration of Frequency Regulation via Autonomous Load Control". *IEEE Access*, available at: <https://doi.org/10.1109/ACCESS.2024.3434984>.
10. Maloth, R. Anil, K., Kumar, P. and Hussaian, B. (2024). "A novel fuzzy assisted sliding mode control approach for frequency regulation of wind-supported autonomous microgrid". *Scientific Reports*. Vol. 14, № 1, available at: <https://doi.org/10.1038/s41598-024-83202-z>.
11. Camm, E., Behnke, M., Bolado, O., Bollen, M., Bradt, M. and Brooks, C. Characteristics of wind turbine generators for wind power plants. (2009). *IEEE Power & Energy Society General Meeting*.
12. Mazen, A.-S., Abdel, A. and Mahmoud, M. (2011). Transient analysis of grid-connected wind-driven PMSG, DFIG and SCIG at fixed and variable speeds. "Innovative systems design and Engineering". Vol. 2, № 3.
13. Balasubramaniam, A. and Babypriya, R. (2009) "Modelling, simulation and analysis of doubly fed induction generator for wind turbines". *Journal of electrical engineering*. Vol. 60, № 2.
14. Vitanova, S., Stoilkov, V. and Dimcev, V. (2011). "Comparing SCIG and DFIG for wind generating conditions in Macedonia". *Renewable Energy and Power Quality Journal*. Vol. 9, № 1, available at: <https://doi.org/10.24084/repqj09.538>.
15. Vasyliv, K. (2010), "Methods and models for analyzing processes of autonomous power supply systems based on an asynchronous generator with a contactless cascade modulated exciter". *Doctor of Technical Sciences dissertation, Kyiv, 398 P.*
16. Vasyliv, K. (2004). "Mathematical model of dynamic processes of an autonomous electric power system on the basis of a contactless asynchronous generator with a three-phase-three-phase cascade modulated exciter". *Technical electrodynamic*, № 5, pp. 50 – 55.
17. Vasyliv, K. and Stetsyk, I. (2025) "Mathematical model of a two-phase-three-phase voltage modulator of an asynchronous generator's contactless valve excitation system". *Computer Design Systems. Theory and Practice*. Vol. 7, № 1, available at: <https://doi.org/10.23939/cds2025.01.271>.
18. Plakhtyna, E. (1986). "Mathematical modeling of electric machine-valves systems". *Lviv: High school. Vyshcha Shkola. 164 P.*
19. Filts, R. (1979). "Mathematical foundations of the theory of electromechanical converters", *Kyiv: Naukova Dumka. Scientific opinion. 208 P.*
20. Hluhivskiy, L. (1984). "Calculation of periodic processes of electrical devices". *Lviv: Vyshcha Shkola. High school. 164 P.*
21. Perkhach, V. (1992). "Theoretical electrical engineering: linear circuits". *Kyiv: Vyshcha Shkola, High school. 1992.439 P.*

*Статтю представив доктор техн. наук, професор кафедри "Системи автоматизованого проектування" Інституту комп'ютерних наук та інформаційних технологій (ІКНІ) НУ "Львівська Політехніка" Щербовських Сергій Володимирович*

*Надійшла (received) 12.12.2025*

*Стаття прийнята до друку 10.01.2026*

*Опублікована 27.03.2026*

Vasylyv Karl, Dr. Tech. Sci., Professor  
National Technical University "Lviv Politechnic"  
Str. S. Bandery, 12, Lviv, Ukraine, 79013  
Tel.: +38(097)245-38-21, [karl.m.vasylyv@lpnu.ua](mailto:karl.m.vasylyv@lpnu.ua)  
ORCID ID: 0000-0003-0893-3561

Zabolotnyi Rostyslav, postgraduate  
National Technical University "Lviv Politechnic"  
Str. S. Bandery, 12, Lviv, Ukraine, 79013  
Tel.: +38(068)921-21-68, [rostyslav.i.zabolotnyi@lpnu.ua](mailto:rostyslav.i.zabolotnyi@lpnu.ua)  
ORCID ID: 0009-0007-3734-8616

УДК 004.94

**Математична модель трифазно-трифазного модулятора напруги системи збудження асинхронізованого генератора автономної вітроенергетичної установки / Василів К. М., Заболотний Р. І. // Вісник НТУ "ХПІ". Серія: Інформатика та моделювання. – Харків: НТУ "ХПІ". – 2026. – № 2 (16). – С. 4 – 29.**

Запропонована унікальна математична модель трифазно-трифазного модулятора напруги – компоненти асинхронізованого генератора з безконтактною тиристорною системою збудження вітроенергетичної установки і розроблений програмний код для комп'ютерного дослідження. Математичною моделлю слугує система диференціальних рівнянь електричного стану у фазних координатах, яка враховує взаємні впливи структурних елементів модулятора напруги (двох асинхронних машин) і електромагнітні зв'язки електричних контурів цих машин. Теоретичним підґрунтям математичної моделі слугують базові електротехнічні методи: вузлових потенціалів і закони Кірхгофа та явні чисельні методи інтегрування диференціальних рівнянь – Рунге-Кутта і метод Гауса для розв'язування лінійної системи алгебричних рівнянь електричного стану в базисі потенціалів незалежних вузлів. Представлено результати комп'ютерного дослідження електромагнітних процесів модулятора у формі розрахункових залежностей миттєвих значень напруг і струмів. Іл.: 13. Бібліогр.: 21 назв.

**Ключові слова:** математична модель; модулятор напруги; асинхронізований генератор; вітроенергетична установка; програмний код; комп'ютерне дослідження; диференціальні рівняння; алгебричні рівняння; алгоритм.

UDC 004.94

**Mathematical model of a threephase-threephase voltage modulator of the excitation system of an asynchronous generator of an autonomous wind power plant/ Vasyliv K., Zabolotnyi R. I. // National Technical University "KhPI". Series: of Informatics and Modeling. – Kharkiv: NTU "KhPI". – 2026. – No. 2 (16) . – P. 4 – 29.**

A unique mathematical model of a three-phase-three-phase voltage modulator is proposed - components of an asynchronous generator with a contactless thyristor excitation system of a wind power plant and a program code for computer research is developed. The mathematical model is a system of differential equations of electrical state in phase coordinates, which takes into account the mutual influences of the structural elements of the voltage modulator (two asynchronous machines) and the electromagnetic couplings of the electrical circuits of these machines. The theoretical basis of the mathematical model is the basic electrical engineering methods: nodal potentials and Kirchhoff's laws and explicit numerical methods of integrating differential equations - Runge-Kutta and the Gaussian method for solving a linear system of algebraic equations of electrical state in the basis of potentials of independent nodes. The results of a computer study of the electromagnetic processes of the modulator are presented in the form of calculated dependences of instantaneous values of voltages and currents. Figs.: 13. Refs.: 21 titles.

**Keywords:** mathematical model; voltage modulator; asynchronous generator; wind power plant; program code; computer research; differential equations; algebraic equations; algorithm.