УДК 681.5.015.24 **DOI: 10.20998/2411-0558.2016.44.02**

В.Д. ДМИТРИЕНКО, д-р техн. наук, проф., НТУ "ХПИ",
А.Ю. ЗАКОВОРОТНЫЙ, канд. техн. наук, доц., НТУ "ХПИ",
Д.М. ГЛАВЧЕВ, асп., НТУ "ХПИ"

МЕТОД ПОИСКА ФУНКЦИЙ ПРЕОБРАЗОВАНИЯ, СВЯЗЫВАЮЩИХ ПЕРЕМЕННЫЕ НЕЛИНЕЙНЫХ И ЛИНЕЙНЫХ МОДЕЛЕЙ В ГТУ

Одной из причин ограниченной области применения геометрической теории управления, является нетривиальность определения преобразований, связывающих переменные линейной и нелинейной моделей и требующих решения системы дифференциальных уравнений в частных производных при ограничениях. В статье предлагается осуществлять поиск функций преобразований с помощью разработанной нейронной сети. Проведенное моделирование показало работоспособность предлагаемого метода для случая, когда исходный нелинейный объект описывается системой уравнений, где правые части почти всех дифференциальных уравнений содержат не более двух одночленов. Ил.: 2. Библиогр.: 11 назв.

Ключевые слова: геометрическая теория управления, системы дифференциальных уравнений в частных производных, функция преобразования, нейронная сеть.

Постановка проблемы. Геометрическая теория управления (ГТУ) является перспективным методом теории управления, поскольку позволяет отказаться от синтеза законов управления для нелинейных объектов и путём эквивалентных преобразований с помощью обратной связи в пространстве "вход-состояние" получать линеаризованные нелинейные системы [1 – 8]. Для полученных линейных систем можно применить хорошо разработанные методы теории управления линейными системами, получая структуры регуляторов или законы управления. После этого осуществляется обратный переход из пространства линейных систем в пространство исходной нелинейной системы. Однако широкого распространения ГТУ в настоящее время не получила по двум причинам: трудоемких аналитических вычислений, связанных с вычислением производных и скобок Ли, определением инволютивности распределений и т.д., а также из-за сложностей определения преобразований, связывающих переменные линейной и нелинейной моделей и требующих решения системы дифференциальных уравнений в частных производных при ограничениях в виде дифференциальных неравенств. Если первая причина ограниченности применения ГТУ может быть решена с помощью разработки специализированного программного обеспечения [5, 8 – 11], то вторая причина требует и разработки новых методов поиска решений указанных систем дифференциальных уравнений в частных производных.

Анализ литературы [1 – 11] показывает, что линеаризация нелинейных систем с одним или большим числом управлений обратной связью по состоянию выполняется во многом аналогично, поэтому рассмотрим в начале проблемы линеаризации для нелинейной системы со скалярным управлением [3, 4, 6]

$$\frac{d\boldsymbol{x}}{dt} = \boldsymbol{f}(\boldsymbol{x}) + \boldsymbol{h}(\boldsymbol{x})u, \tag{1}$$

где $\boldsymbol{x} = (x_1,\ x_2,\ ...,\ x_n)$ – вектор состояний нелинейной системы; $\boldsymbol{f}(\boldsymbol{x}) = (f_1(x),\ f_2(x),\ ...,\ f_n(x))^{\mathrm{T}}$, $\boldsymbol{h}(\boldsymbol{x}) = (h_1(x),\ h_2(x),\ ...,\ h_n(x))^{\mathrm{T}}$, $f_i(0) = 0,\ i = 1, 2, ..., n$ – гладкие функции, причём начало координат при $u = 0$, является точкой равновесия; u – скалярное управление.

Метод линеаризации обратной связью по состоянию предполагает выполнение следующих шагов [3, 4, 6]:

Шаг 1. Для исходного нелинейного объекта управления определяется матрица управляемости

$$\boldsymbol{M_y} = |\boldsymbol{h}\ \ \boldsymbol{ad_f h}\ \ ...\ \ \boldsymbol{ad_f^{n-1} h}|, \tag{2}$$

где $\boldsymbol{ad_f h} = [\boldsymbol{f}, \boldsymbol{h}] = \boldsymbol{L_f h} - \boldsymbol{L_h f}$ – скобки Ли векторных функций $\boldsymbol{f}(\boldsymbol{x})$, $\boldsymbol{h}(\boldsymbol{x})$; $\boldsymbol{L_f h} = \dfrac{d\boldsymbol{h}}{d\boldsymbol{x}}\boldsymbol{f}$ – производная Ли от векторной функции векторного аргумента $\boldsymbol{h}(\boldsymbol{x})$ по функции $\boldsymbol{f}(\boldsymbol{x})$; $\boldsymbol{ad^{n-1}_f h}$ – производная Ли $(n-1)$-го порядка от векторной функции $\boldsymbol{h}(\boldsymbol{x})$ по функции $\boldsymbol{f}(\boldsymbol{x})$.

Шаг 2. Формируется множество векторов $\boldsymbol{M_b} = (\boldsymbol{h},\ \boldsymbol{ad_f h},\ ...,\ \boldsymbol{ad_f^{n-3} h},\ \ \boldsymbol{ad_f^{n-2} h})$ из столбцов матрицы управляемости $\boldsymbol{M_y}$ (без $(n-1)$-го столбца). Определяется $\det \boldsymbol{M_y}$.

Шаг 3. Если множество векторов $\boldsymbol{M_b}$ инволютивно и $\det \boldsymbol{M_y} \neq 0$, то существуют преобразования управления $u = b_1(\boldsymbol{x}) + b_2(\boldsymbol{x})v$ и состояний $q = T_1(x)$, которые позволяют исходную нелинейную систему дифференциальных уравнений записать в форме Бруновского

$$\frac{dq_1}{dt} = q_2,\ \frac{dq_2}{dt} = q_3,\ ...,\ \frac{dq_{n-1}}{dt} = q_n,\ \frac{dq_n}{dt} = v$$

и получить систему дифференциальных уравнений в частных производных для определения T_1

$$\nabla T_1 \boldsymbol{ad}_{\boldsymbol{f}}^{i} \boldsymbol{h} = 0,\ \ i = \overline{0, n-2},$$

при ограничении $\nabla T_1 \boldsymbol{ad}_{f}^{n-1} \boldsymbol{h} \neq 0$, где $\nabla T_1 = \dfrac{dT_1(\boldsymbol{x})}{d\boldsymbol{x}}$.

Шаг 4. Определяются функции $T_2(\boldsymbol{x}) = \boldsymbol{L}_{\boldsymbol{f}} T_1(\boldsymbol{x})$, $T_3(\boldsymbol{x}) = = \boldsymbol{L}_{\boldsymbol{f}}^2 T_1(\boldsymbol{x}), ...,\ T_n(\boldsymbol{x}) = \boldsymbol{L}_{\boldsymbol{f}}^{n-1} T_1(\boldsymbol{x})$ и преобразование управления

$$u = \frac{1}{\boldsymbol{L}_{\boldsymbol{h}} \boldsymbol{L}_{\boldsymbol{f}}^{n-1} T_1} (-\boldsymbol{L}_{\boldsymbol{f}}^{n} T_1 + v).$$

Переход от переменных линейной модели в форме Бруновского к переменным нелинейной модели даже при скалярном управлении, является непростой задачей, которая в общем случае требует, нетривиального решения системы дифференциальных уравнений в частных производных при ограничениях в виде дифференциальных неравенств. При векторном управлении объектом, как правило, возрастает число уравнений в системе дифференциальных уравнений в частных производных и увеличивается число ограничений. Такие системы уравнений в общем случае для своего решения требуют трудоёмких алгоритмов либо применения эвристических подходов, либо сочетание того и другого. При этом, трудности определения функций преобразования существенно зависят от числа одночленов и их вида в правых частях дифференциальных уравнений исходной системы нелинейных уравнений. Однако, если правые части почти всех уравнений исходной системы содержит не более одного-двух одночленов, то может быть предложен метод, автоматизирующий процесс определения функций преобразования.

Целью статьи является разработка метода и нейронной сети, автоматизирующих процесс определения функций преобразований между переменными линейных и нелинейных моделей, когда исходный объект описывается системой дифференциальных уравнений, где правые части почти всех уравнений содержат один-два одночлена.

Вначале – на конкретном примере рассмотрим определение функций преобразования, когда математическая модель объекта управления (асинхронный тяговый привод дизель-поезда [12]) содержит шесть уравнений, одно из которых имеет три одночлена в своей правой части, а остальные – один или два одночлена.

Пример. Пусть объект управления описывается системой дифференциальных уравнений вида:

$$\begin{aligned}
\frac{dx_1}{dt} &= a_{11}x_1 + a_{12}x_1^2 + a_{124}x_2x_4 = f_1;\\
\frac{dx_2}{dt} &= a_{22}x_2 + a_{23}x_3 = f_2;\\
\frac{dx_3}{dt} &= a_{33}x_3 + u_1 = f_3 + u_1;\\
\frac{dx_4}{dt} &= a_{44}x_4 + a_{46}x_6 = f_4;\\
\frac{dx_5}{dt} &= a_{51}x_1 + a_{524}\frac{x_4}{x_2} = f_5;\\
\frac{dx_6}{dt} &= u_2,\ f_6 = 0,
\end{aligned} \tag{3}$$

где $x_i\ (i=\overline{1,6})$ – переменные объекта управления; $f_1, f_2, ..., f_6$ – функции, описывающие правые части дифференциальных уравнений системы (1) без учета управлений u_1, u_2; $a_{11}, a_{12}, ..., a_{524}$ – постоянные коэффициенты.

С этой моделью объекта управления связаны векторные поля:

$$\begin{aligned}
\boldsymbol{X} &= \left| f_1, f_2, ..., f_6 \right|^{\mathrm{T}};\\
\boldsymbol{Y}_1 &= \left| 0, 0, 1, 0, 0, 0 \right|^{\mathrm{T}};\\
\boldsymbol{Y}_2 &= \left| 0, 0, 0, 0, 0, 1 \right|^{\mathrm{T}}.
\end{aligned} \tag{4}$$

Для этой модели объекта управления распределения $\boldsymbol{M}^0 = \mathrm{span}\{\boldsymbol{Y}_1, \boldsymbol{Y}_2\}$, $\boldsymbol{M}^1 = \mathrm{span}\{\boldsymbol{Y}_1, \boldsymbol{Y}_2, \boldsymbol{L_X Y}_1, \boldsymbol{L_X Y}_2\}$, $\boldsymbol{M}^2 = \mathrm{span}\{\boldsymbol{Y}_1, \boldsymbol{Y}_2, \boldsymbol{L_X Y}_1, \boldsymbol{L_X Y}_2, \boldsymbol{L_X^2 Y}_1, \boldsymbol{L_X^2 Y}_2\}$ инволютивны, индексы управляемости k_1 и k_2 одинаковы: $k_1 = k_2 = 3$, а каноническая форма Бруновского имеет две клетки. Эквивалент исходной модели (1) в форме Бруновского имеет вид:

$$\frac{dy_1}{dt} = y_2;\quad \frac{dy_2}{dt} = y_3;\quad \frac{dy_3}{dt} = v_1;\quad \frac{dy_4}{dt} = y_5;\quad \frac{dy_5}{dt} = y_6;\quad \frac{dy_6}{dt} = v_2. \tag{5}$$

В этом случае существует некоторое преобразование $y_1 = T_1(\boldsymbol{x}) = T_1(x_1, x_2, ..., x_6)$ и $y_4 = T_2(\boldsymbol{x}) = T_2(x_1, x_2, ..., x_6)$, из которых можно определить y_2, y_3 и y_5, y_6 путем дифференцирования вдоль векторного поля $\boldsymbol{X}_1 = \boldsymbol{X} + u_1\boldsymbol{Y}_1 + u_2\boldsymbol{Y}_2$ функций $T_1(\boldsymbol{x})$ и $T_2(\boldsymbol{x})$:

$$\frac{dy_1}{dt} = y_2 = \boldsymbol{L}_{\boldsymbol{X}_1}T_1(\boldsymbol{x}) = \boldsymbol{L_X}T_1(\boldsymbol{x}) + u_1\boldsymbol{L}_{\boldsymbol{Y}_1}T_1(\boldsymbol{x}) + u_2\boldsymbol{L}_{\boldsymbol{Y}_2}T_1(\boldsymbol{x}); \tag{6}$$

$$\frac{dy_2}{dt} = y_3 = \boldsymbol{L}_{\boldsymbol{X}_1}(\boldsymbol{L}_{\boldsymbol{X}} T_1(\boldsymbol{x})) =$$
$$= \boldsymbol{L}^2_{\boldsymbol{X}}(T_1(\boldsymbol{x})) + u_1 \boldsymbol{L}_{\boldsymbol{Y}_1}(\boldsymbol{L}_{\boldsymbol{X}} T_1(\boldsymbol{x})) + u_2 \boldsymbol{L}_{\boldsymbol{Y}_2}(\boldsymbol{L}_{\boldsymbol{X}} T_1(\boldsymbol{x})); \tag{7}$$

$$\frac{dy_3}{dt} = v_1 = \boldsymbol{L}_{\boldsymbol{X}_1}(\boldsymbol{L}^2_{\boldsymbol{X}} T_1(\boldsymbol{x})) =$$
$$= \boldsymbol{L}^3_{\boldsymbol{X}}(T_1(\boldsymbol{x})) + u_1 \boldsymbol{L}_{\boldsymbol{Y}_1}(\boldsymbol{L}^2_{\boldsymbol{X}} T_1(\boldsymbol{x})) + u_2 \boldsymbol{L}_{\boldsymbol{Y}_2}(\boldsymbol{L}^2_{\boldsymbol{X}}(T_1(\boldsymbol{x})); \tag{8}$$

$$\frac{dy_4}{dt} = y_5 = \boldsymbol{L}_{\boldsymbol{X}_1} T_2(\boldsymbol{x}) = \boldsymbol{L}_{\boldsymbol{X}} T_2(\boldsymbol{x}) + u_1 \boldsymbol{L}_{\boldsymbol{Y}_1} T_2(\boldsymbol{x}) + u_2 \boldsymbol{L}_{\boldsymbol{Y}_2} T_2(\boldsymbol{x}); \tag{9}$$

$$\frac{dy_5}{dt} = y_6 = \boldsymbol{L}_{\boldsymbol{X}_1}(\boldsymbol{L}_{\boldsymbol{X}} T_2(\boldsymbol{x})) =$$
$$= \boldsymbol{L}^2_{\boldsymbol{X}}(T_2(\boldsymbol{x})) + u_1 \boldsymbol{L}_{\boldsymbol{Y}_1}(\boldsymbol{L}_{\boldsymbol{X}} T_2(\boldsymbol{x})) + u_2 \boldsymbol{L}_{\boldsymbol{Y}_2}(\boldsymbol{L}_{\boldsymbol{X}} T_2(\boldsymbol{x})); \tag{10}$$

$$\frac{dy_6}{dt} = v_2 = \boldsymbol{L}_{\boldsymbol{X}_1}(\boldsymbol{L}^2_{\boldsymbol{X}} T_2(\boldsymbol{x})) =$$
$$= \boldsymbol{L}^3_{\boldsymbol{X}}(T_2(\boldsymbol{x})) + u_1 \boldsymbol{L}_{\boldsymbol{Y}_1}(\boldsymbol{L}^2_{\boldsymbol{X}} T_2(\boldsymbol{x})) + u_2 \boldsymbol{L}_{\boldsymbol{Y}_2}(\boldsymbol{L}^2_{\boldsymbol{X}} T_2(\boldsymbol{x})). \tag{11}$$

Из соотношений (5) следует, что y_1, y_2, y_4 и y_5 не зависят от управлений, поэтому в соотношениях (6), (7), (9), (10) множители при управлениях u_1 и u_2 равны нулю:

$$\boldsymbol{L}_{\boldsymbol{Y}_1} T_1(\boldsymbol{x}) = \boldsymbol{L}_{\boldsymbol{Y}_2} T_1(\boldsymbol{x}) = \boldsymbol{L}_{\boldsymbol{Y}_1}(\boldsymbol{L}_{\boldsymbol{X}} T_1(\boldsymbol{x})) = \boldsymbol{L}_{\boldsymbol{Y}_2}(\boldsymbol{L}_{\boldsymbol{X}} T_1(\boldsymbol{x})) = 0; \tag{12}$$

$$\boldsymbol{L}_{\boldsymbol{Y}_1} T_2(\boldsymbol{x}) = \boldsymbol{L}_{\boldsymbol{Y}_2} T_2(\boldsymbol{x}) = \boldsymbol{L}_{\boldsymbol{Y}_1}(\boldsymbol{L}_{\boldsymbol{X}} T_2(\boldsymbol{x})) = \boldsymbol{L}_{\boldsymbol{Y}_2}(\boldsymbol{L}_{\boldsymbol{X}} T_2(\boldsymbol{x})) = 0. \tag{13}$$

При этом коэффициенты при управлениях в уравнениях (8), (11) не должны быть равны нулю:

$$\boldsymbol{L}_{\boldsymbol{Y}_1}(\boldsymbol{L}^2_{\boldsymbol{X}} T_1(\boldsymbol{x})) = \left\langle \frac{\partial T_1}{\partial \boldsymbol{x}}, \boldsymbol{L}^2_{\boldsymbol{X}} \boldsymbol{Y}_1 \right\rangle \neq 0; \tag{14}$$

$$\boldsymbol{L}_{\boldsymbol{Y}_2}(\boldsymbol{L}^2_{\boldsymbol{X}} T_1(\boldsymbol{x})) = \left\langle \frac{\partial T_1}{\partial \boldsymbol{x}}, \boldsymbol{L}^2_{\boldsymbol{X}} \boldsymbol{Y}_2 \right\rangle \neq 0; \tag{15}$$

$$\boldsymbol{L}_{\boldsymbol{Y}_1}(\boldsymbol{L}^2_{\boldsymbol{X}} T_2(\boldsymbol{x})) = \left\langle \frac{\partial T_2}{\partial \boldsymbol{x}}, \boldsymbol{L}^2_{\boldsymbol{X}} \boldsymbol{Y}_1 \right\rangle \neq 0; \tag{16}$$

$$\boldsymbol{L}_{\boldsymbol{Y}_2}(\boldsymbol{L}^2_{\boldsymbol{X}} T_2(\boldsymbol{x})) = \left\langle \frac{\partial T_2}{\partial \boldsymbol{x}}, \boldsymbol{L}^2_{\boldsymbol{X}} \boldsymbol{Y}_2 \right\rangle \neq 0. \tag{17}$$

С помощью соотношений (12) – (17) в компактной форме записано восемь дифференциальных уравнений в частных производных и четыре дифференциальных неравенства, с помощью которых определяются функции T_1 и T_2. При малом значении максимального индекса управляемости ($k_{\max} = k_1 = k_2 = 3$), при одном, двух управлениях и небольшом числе дифференциальных уравнений (n = 6) в модели исходного объекта поиск функций $T_1(\boldsymbol{x})$, $T_2(\boldsymbol{x})$ может осуществлять человек.

В общем случае функции $T_1(\boldsymbol{x})$ и $T_2(\boldsymbol{x})$ могут зависить от шести переменных: $x_1, x_2, ..., x_6$. С помощью соотношений (12), (13) можно уменьшить число переменных, от которых зависят функции $T_1(\boldsymbol{x})$, $T_2(\boldsymbol{x})$ Соотношения (12), (13) для функции $T_1(\boldsymbol{x})$ можно записать в виде:

$$\begin{aligned} \boldsymbol{L}_{\boldsymbol{Y}_1} T_1(\boldsymbol{x}) = \left\langle \frac{\partial T_1(\boldsymbol{x})}{\partial \boldsymbol{x}}, \boldsymbol{Y}_1 \right\rangle = \sum_{i=1}^{6} \frac{\partial T_1(\boldsymbol{x})}{\partial x_i} \cdot y_{1i} = \frac{\partial T_1(\boldsymbol{x})}{\partial x_1} \cdot 0 + \frac{\partial T_1(\boldsymbol{x})}{\partial x_2} \cdot 0 + \\ + \frac{\partial T_1(\boldsymbol{x})}{\partial x_3} \cdot 1 + \frac{\partial T_1(\boldsymbol{x})}{\partial x_4} \cdot 0 + \frac{\partial T_1(\boldsymbol{x})}{\partial x_5} \cdot 0 + \frac{\partial T_1(\boldsymbol{x})}{\partial x_6} \cdot 0 = 0; \end{aligned} \tag{18}$$

$$\begin{aligned} \boldsymbol{L}_{\boldsymbol{Y}_2} T_1(\boldsymbol{x}) = \left\langle \frac{\partial T_1(\boldsymbol{x})}{\partial \boldsymbol{x}}, \boldsymbol{Y}_2 \right\rangle = \sum_{i=1}^{6} \frac{\partial T_1(\boldsymbol{x})}{\partial x_i} \cdot y_{2i} = \frac{\partial T_1(\boldsymbol{x})}{\partial x_1} \cdot 0 + \frac{\partial T_1(\boldsymbol{x})}{\partial x_2} \cdot 0 + \\ + \frac{\partial T_1(\boldsymbol{x})}{\partial x_3} \cdot 0 + \frac{\partial T_1(\boldsymbol{x})}{\partial x_4} \cdot 0 + \frac{\partial T_1(\boldsymbol{x})}{\partial x_5} \cdot 0 + \frac{\partial T_1(\boldsymbol{x})}{\partial x_6} \cdot 1 = 0; \end{aligned} \tag{19}$$

$$\boldsymbol{L}_{\boldsymbol{Y}_1}(\boldsymbol{L}_{\boldsymbol{X}} T_1(\boldsymbol{x})) = \left(\frac{\partial T_1(\boldsymbol{x})}{\partial \boldsymbol{x}}, \boldsymbol{L}_{\boldsymbol{X}} \boldsymbol{Y}_1 \right); \tag{20}$$

$$\boldsymbol{L}_{\boldsymbol{Y}_2}(\boldsymbol{L}_{\boldsymbol{X}} T_1(\boldsymbol{x})) = \left(\frac{\partial T_1(\boldsymbol{x})}{\partial \boldsymbol{x}}, \boldsymbol{L}_{\boldsymbol{X}} \boldsymbol{Y}_2 \right). \tag{21}$$

Из соотношений (18), (19) следует, что функция $T_1(\boldsymbol{x})$ не зависит от x_3 и x_6. Для использования соотношений (20), (21) необходимо вычислить $\boldsymbol{L}_{\boldsymbol{X}} \boldsymbol{Y}_1$ и $\boldsymbol{L}_{\boldsymbol{X}} \boldsymbol{Y}_2$:

$$\boldsymbol{L}_{\boldsymbol{X}} \mathbf{Y}_1 = [\mathbf{X}, \mathbf{Y}_1] = \frac{\partial \mathbf{Y}_1}{\partial \boldsymbol{x}} \mathbf{X} - \frac{\partial \mathbf{X}}{\partial \boldsymbol{x}} \mathbf{Y}_1 = -\frac{\partial \mathbf{X}}{\partial \boldsymbol{x}} \mathbf{Y}_1 =$$

$$= \begin{vmatrix} a_{11}+2a_{12}x_1 & a_{124}x_4 & 0 & a_{124}x_2 & 0 & 0 \\ 0 & a_{22} & a_{23} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & a_{33} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & a_{44} & 0 & a_{46} \\ a_{51} & -a_{524}\dfrac{x_4}{x_2^2} & 0 & a_{524}\dfrac{1}{x_2} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{vmatrix} \cdot \begin{vmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 0 \\ -a_{23} \\ -a_{33} \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{vmatrix}; \qquad (22)$$

$$L_X Y_2 = [X, Y_2] = -\frac{\partial X}{\partial x} Y_2 = \left| 0, 0, 0, -a_{46}, 0, 0 \right|^{\mathrm{T}}. \qquad (23)$$

Подставляя $L_X Y_1$ и $L_X Y_2$ соответственно в соотношения (20) и (21), получим:

$$L_{Y_1}(L_X T_1(x)) = \left\langle \frac{\partial T_1(x)}{\partial x}, L_X Y_1 \right\rangle = \frac{\partial T_1(x)}{\partial x_1}\cdot 0 + \frac{\partial T_1(x)}{\partial x_2}\cdot(-a_{23}) + \\ + \frac{\partial T_1(x)}{\partial x_3}\cdot(-a_{33}) + \frac{\partial T_1(x)}{\partial x_4}\cdot 0 + \frac{\partial T_1(x)}{\partial x_5}\cdot 0 + \frac{\partial T_1(x)}{\partial x_6}\cdot 0 = 0; \qquad (24)$$

$$L_{Y_2}(L_X T_1(x)) = \left\langle \frac{\partial T_1(x)}{\partial x}, L_X Y_2 \right\rangle = \frac{\partial T_1(x)}{\partial x_1}\cdot 0 + \frac{\partial T_1(x)}{\partial x_2}\cdot 0 + \\ + \frac{\partial T_1(x)}{\partial x_3}\cdot 0 + \frac{\partial T_1(x)}{\partial x_4}\cdot(-a_{46}) + \frac{\partial T_1(x)}{\partial x_5}\cdot 0 + \frac{\partial T_1(x)}{\partial x_6}\cdot 1 = 0. \qquad (25)$$

Поскольку функция $T_1(x)$ не зависит от x_3, то из соотношения (24) следует, что она не зависит и от переменной x_2. Из соотношения (25) следует, что функция $T_1(x)$ не зависит и от переменной x_4. Таким образом имеем, что функция T_1 является функцией двух переменных $T_1 = T_1(x_1, x_5)$. С помощью соотношений (13) аналогично можно получить, что функция T_2 также является функцией двух переменных $T_2 = T_2(x_1, x_5)$.

Функция $T_1(x_1, x_5)$ должна удовлетворять неравенствам (14) и (15).

Для получения конкретных неравенств необходимо вычислить $L_X^2 Y_1$ и $L_X^2 Y_2$:

$$L_X^2 Y_1 = [X, L_X Y_1] = \frac{\partial L_X Y_1}{\partial x} X - \frac{\partial X}{\partial x} L_X Y_1 = -\frac{\partial X}{\partial x} L_X Y_1 =$$

$$=\begin{vmatrix} a_{11}+2a_{12}x_1 & a_{124}x_4 & 0 & a_{124}x_2 & 0 & 0 \\ 0 & a_{22} & a_{23} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & a_{33} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & a_{44} & 0 & a_{46} \\ a_{51} & -a_{524}\dfrac{x_4}{x_2^2} & 0 & \dfrac{a_{524}}{x_2} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{vmatrix} \cdot \begin{vmatrix} 0 \\ -a_{23} \\ -a_{33} \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} a_{23}a_{124}x_4 \\ a_{22}a_{23}+a_{23}a_{33} \\ -a_{33}^2 \\ 0 \\ -a_{23}a_{524}\dfrac{x_4}{x_2^2} \\ 0 \end{vmatrix};$$

$$\boldsymbol{L}_{\boldsymbol{X}}^2\boldsymbol{Y}_2 = [\boldsymbol{X}, \boldsymbol{L}_{\boldsymbol{X}}\ \boldsymbol{Y}_2] = -\frac{\partial \boldsymbol{X}}{\partial x}\boldsymbol{L}_{\boldsymbol{X}}\boldsymbol{Y}_2 = \begin{vmatrix} a_{46}a_{124}x_2, 0, 0, a_{44}a_{46}, \dfrac{a_{46}a_{524}}{x_2}, 0 \end{vmatrix}^{\mathrm{T}}.$$

Подставляя $\boldsymbol{L}_{\boldsymbol{X}}^2\boldsymbol{Y}_1$ и $\boldsymbol{L}_{\boldsymbol{X}}^2\boldsymbol{Y}_2$ соответственно в соотношения (14) и (15), получим:

$$\boldsymbol{L}_{\boldsymbol{Y}_1}(\boldsymbol{L}_{\boldsymbol{X}}^2 T_1(\boldsymbol{x})) = \left\langle \frac{\partial T_1}{\partial \boldsymbol{x}}, \boldsymbol{L}_{\boldsymbol{X}}^2\boldsymbol{Y}_1 \right\rangle = \frac{\partial T_1(\boldsymbol{x})}{\partial x_1}\cdot(a_{23}a_{124}x_4) + \\ + \frac{\partial T_1(\boldsymbol{x})}{\partial x_5}\cdot(-a_{23}a_{524}\frac{x_4}{x_2^2}) \neq 0; \quad (26)$$

$$\boldsymbol{L}_{\boldsymbol{Y}_2}(\boldsymbol{L}_{\boldsymbol{X}}^2 T_1(\boldsymbol{x})) = \left\langle \frac{\partial T_1}{\partial \boldsymbol{x}}, \boldsymbol{L}_{\boldsymbol{X}}^2\boldsymbol{Y}_2 \right\rangle = \frac{\partial T_1(\boldsymbol{x})}{\partial x_1}\cdot(a_{46}a_{124}x_2) + \\ + \frac{\partial T_1(\boldsymbol{x})}{\partial x_5}\cdot(\frac{a_{46}a_{524}}{x_2}) \neq 0. \quad (27)$$

При $x_2 \neq 0$ и $x_4 \neq 0$ можно в качестве решения взять $T_1 = x_1$. В этом случае имеем:

$$a_{23}a_{124}x_4 \neq 0; \quad a_{46}a_{124}x_2 \neq 0.$$

Решение $T_1 = x_1$ не является единственным. Нетрудно проверить, что решением является также:

$$T_1 = c_1x_1; \quad T_1 = c_2x_5; \quad T_1 = c_3x_1 + c_4x_5; \quad T_1 = \frac{x_1}{x_4}; \quad T_1 = \frac{x_5}{x_4}x_2^2 \text{ и т.д.,}$$

где c_1, c_2, c_3, c_4 – некоторые вещественные константы. Таким образом, на последнем этапе определения функций преобразования должен подключаться эксперт.

Аналогичным образом из соотношений (16) и (17) определяются неравенства для функции $T_2(x_1, x_5)$:

$$\frac{\partial T_2(\boldsymbol{x})}{\partial x_1}\cdot(a_{23}a_{124}x_4)+\frac{\partial T_2(\boldsymbol{x})}{\partial x_5}\cdot(-a_{23}a_{524}\frac{x_4}{x_2^2})\neq 0; \qquad (28)$$

$$\frac{\partial T_2(\boldsymbol{x})}{\partial x_1}\cdot(a_{46}a_{124}x_2)+\frac{\partial T_1(\boldsymbol{x})}{\partial x_5}\cdot(\frac{a_{46}a_{524}}{x_2})\neq 0. \qquad (29)$$

При $x_2 \neq 0$ и $x_4 \neq 0$ можно в качестве решения взять $T_2 = x_5$. В результате получим:

$$-a_{23}a_{524}\frac{x_4}{x_2^2}\neq 0; \quad \frac{a_{46}a_{524}}{x_2}\neq 0.$$

И в этом случае решение не является единственным.

Из функций путем последовательного дифференцирования вдоль векторного поля $\boldsymbol{X}$ можно определить y_2, y_3, y_5, y_6:

$$y_1 = T_1(\boldsymbol{x}) = x_1; \quad y_2 = \boldsymbol{L_X}T_1(\boldsymbol{x}) = a_{11}x_1 + a_{11}x_1^2 + a_{124}x_2x_4;$$

$$y_3 = \boldsymbol{L_X}(\boldsymbol{L_X}T_1(\boldsymbol{x})) = (a_{11}+2a_{12}x_1)(a_{11}x_1 + a_{12}x_1^2 + a_{124}x_2x_4) + \\ +(a_{124}x_4(a_{22}x_2 + a_{23}x_3) + a_{124}x_2(a_{44}x_4 + a_{46}));$$

$$y_4 = T_2(\boldsymbol{x}) = x_5; \quad y_5 = \boldsymbol{L_X}T_2(\boldsymbol{x}) = a_{51}x_1 + a_{524}\frac{x_4}{x_2}; \qquad (30)$$

$$y_6 = \boldsymbol{L_X}(\boldsymbol{L_X}T_2(\boldsymbol{x})) = a_{51}(a_{11}x_1 + a_{12}x_1^2 + a_{124}x_2x_4) + \\ +(-a_{524}\frac{x_4}{x_2})(a_{22}x_2 + a_{23}x_3) + \frac{a_{524}}{x_2}(a_{44}x_4 + a_{46})).$$

Анализ примера показывает, что функции преобразования $T_1(\boldsymbol{x})$, $T_2(\boldsymbol{x})$ определяются в два этапа. На первом этапе с помощью нулевых коэффициентов при управлениях u_1, u_2 в соотношениях (6), (7), (9), (10) определяют аргументы, от которых зависят функции $T_1(\boldsymbol{x}), T_2(\boldsymbol{x})$. На втором этапе с помощью дифференциальных неравенств (14) – (17) определяются конкретные значения функций $T_1(\boldsymbol{x}), T_2(\boldsymbol{x})$. Первый этап весьма трудоемок, а при увеличении числа уравнений и управлений в исходном объекте управления, а также увеличения максимального индекса управляемости в форме Бруновского, его трудоемкость существенно возрастает, однако, когда исходный объект описывается системой дифференциальных уравнений, в которых правые части почти всех уравнений содержат не более двух одночленов, его можно относительно просто автоматизировать. Автоматизация второго этапа определения функций преобразований также необходима, поскольку увеличение числа уравнений и управлений в исходном объекте может существенно усложнить дифференциальные неравенства и увеличить их число, что затруднит эвристический поиск решения или применение известных методов.

Рассмотренный пример, а также опыт применения геометрической теории другими авторами показывает, что функции преобразования имеют простой вид, если правые части дифференциальных уравнений объекта управления содержат один-два одночлена полиномов, например:

$$T_g(x_k, x_l, ..., x_p) = x_g, \quad x_g \in \mathbf{M} = \{x_k, x_l, ..., x_p\};$$
$$T_g(x_k, x_l, ..., x_p) = x_g + x_{g1}, \quad x_g, x_{g1} \in \mathbf{M}; \tag{31}$$
$$\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$$
$$T_g(x_k, x_l, ..., x_p) = x_g + x_{g1} + ... + x_p, \quad x_g, x_{g1}, ..., x_p \in \mathbf{M},$$

где $T_g(x_k, x_l, ..., x_p)$ – функция преобразования для g-й клетки Бруновского, которой соответствуют переменные $x_k, x_l, ..., x_p$ объекта управления, не исключенные из числа аргументов функции на первом этапе ее определения.

Если автоматический перебор решений с помощью выражений (31) не позволяет получить функции преобразований, а правые части уравнений объекта управления и дифференциальные неравенства (14) – (17) содержат выражения, отличные от одночленов полиномов, то соотношения (31) должны быть скорректированы с учетом этой дополнительной информации.

Нейронная сеть для поиска функций преобразований. Поиск функций преобразований можно выполнить с помощью нейронной сети, однако такая сеть должна обеспечивать распознавание и хранение нескольких решений. Обобщенная архитектура такой нейронной сети приведена на рис. 1.

При этом архитектура нейронной сети для поиска функций преобразования будет иметь вид, приведённый на рис. 2.

На входные нейроны $S_1, \ldots, S_i, \ldots, S_n$ поступают единичные сигналы, моделирующие аргументы функции преобразования $T_1(\boldsymbol{x}) = T_1(x_1, x_2, ..., x_n)$. Если в процессе анализа функции $T(\boldsymbol{x})$ с помощью соотношений (12), (13), (14) – (17) удается выяснить, что функция $T(\boldsymbol{x})$ не зависит от каких-то аргументов, например, $l_1, l_2, ..., l_r$, то на входы нейронов S_{l1}, S_{l2}, …, S_{lr} подаются отрицательные смещения $U_{\text{см}S_{l1}} = U_{\text{см}S_{l2}} = ... = U_{\text{см}S_{lr}} = -1$.

В результате на входах нейронов S_{l1}, S_{l2}, …, S_{lr} будут нулевые входные сигналы: $U_{\text{вх}S_{l1}} = U_{\text{вх}S_{l2}} = ... = U_{\text{вх}S_{lr}} = 0$, а на входах остальных нейронов – единичные входные сигналы. Поскольку $U_{\text{вых}S_k} = U_{\text{вх}S_k}$, $k = \overline{1, n}$, то на выходах нейронов S-слоя будут нулевые или единичные выходные сигналы.

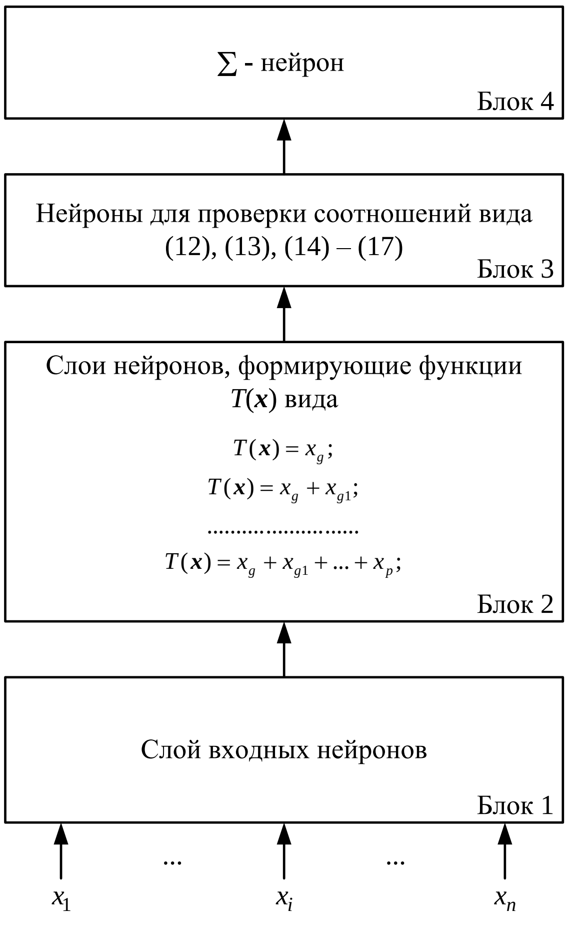

Рис. 1. Обобщенная архитектура нейронной сети для поиска функций преобразования

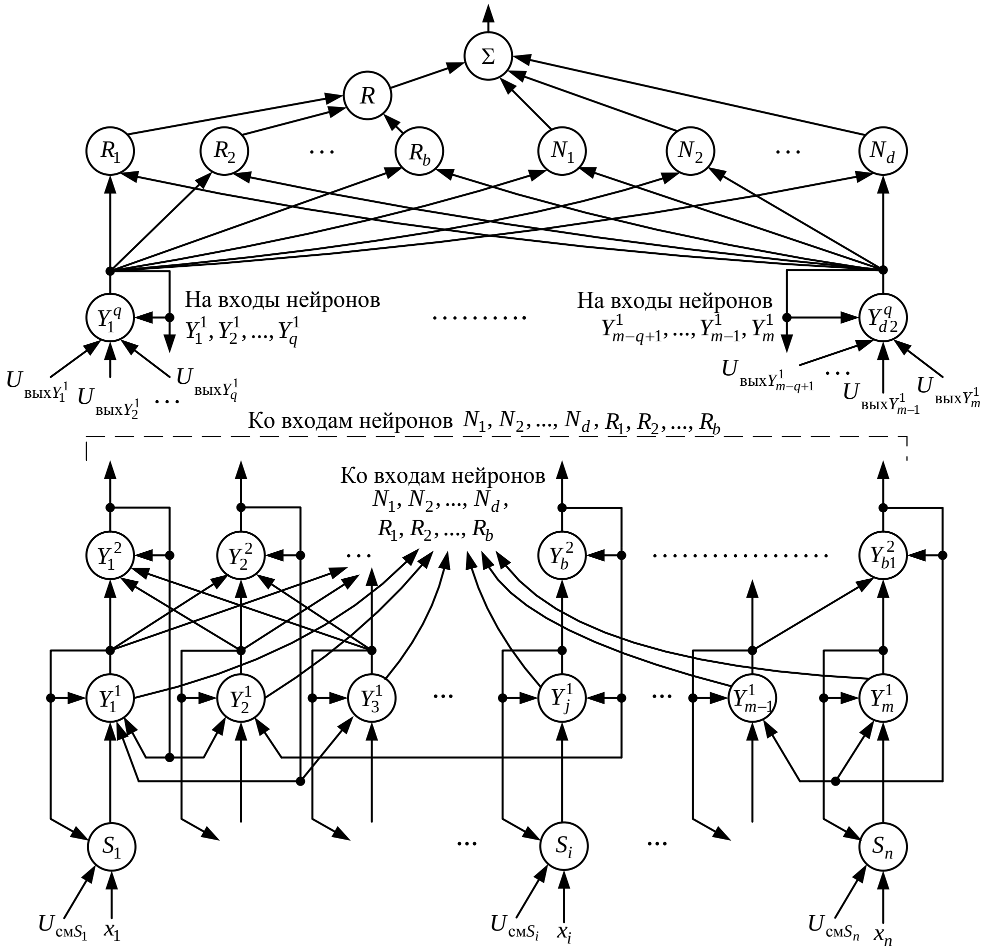

Рис. 2. Нейронной сети для поиска функций преобразований

Слой Y^1-нейронов служит для запоминания решений вида $T(\boldsymbol{x}) = x_k, k \in \boldsymbol{M} = \{1, 2, ..., n\}$. Он используется в случае, когда на вход нейронной сети подаются отдельные аргументы, от которых может зависеть функция $T(\boldsymbol{x})$. При подаче на вход S-слоя произвольного аргумента x_k, от которого может зависеть функция $T(\boldsymbol{x})$, он запоминается нейроном Y_k^1, на выходе которого появляется единичный выходной сигнал, который поступает на вход элемента Y_k^1 слоя Y^1-нейронов. Выходной сигнал нейрона Y_k^1 фиксирует свой выходной единичный сигнал по цепи обратной. Выходной сигнал нейрона Y_k^1

поступает на входы R- и N-нейронов, которые проверяют выполнение равенств (12), (13) и неравенств (14) – (17). С помощью R-нейронов проверяются все b равенств, задаваемых соотношениями вида (12), (13). Если все b равенств вида (12), (13) выполняются, то на входе R-нейрона все входные сигналы равны нулю: $U_{\text{вх}R_j} = 0,\ j = \overline{1, b}$. Поскольку R-нейрон имеет функцию активации вида

$$U_{\text{вых}R} = \begin{cases} 0, & \text{если } U_{\text{вх}R} = 0, \\ 1, & \text{если } U_{\text{вх}R} \neq 0, \end{cases}$$

то при выполнении всех b соотношений (12), (13) на его выходе будет нулевой сигнал. При невыполнении хотя бы одного из соотношений (12), (13) на выходе R-нейрона будет единичный сигнал, который сбросит нейрон Σ в нулевое состояние, что будет указывать на то, что проверяемая функция преобразования $T(x_k) = x_k$ не является решением, и поиск подходящей функции нужно продолжать.

Поскольку N-нейроны имеют функцию активации вида

$$U_{\text{вых}N_i} = \begin{cases} 1, \text{если } U_{\text{вх}N_i} \neq 0, & i = \overline{1, d}, \\ 0, \text{если } U_{\text{вх}N_i} = 0, & i = \overline{1, d}, \end{cases}$$

то при выполнении каждого из неравенств (14) – (17) (число неравенств равно числу управлений объектом) на входе Σ-нейрона появится в общем случае d единиц. Поскольку Σ-нейрон имеет функцию активации вида

$$U_{\text{вых}\Sigma} = \begin{cases} 1, \text{если } U_{\text{вх}\Sigma} = d, \\ 0, \text{если } U_{\text{вх}\Sigma} < d, \end{cases}$$

то при выполнении каждого из d неравенств вида (14) – (17) и каждого из b равенств (12), (13) на выходе Σ-нейрона появится единичный выходной сигнал, указывающий на то, что функция преобразования найдена: $T(\boldsymbol{x}) = x_k$. При $U_{\text{вых}\Sigma} = 0$ выходной сигнал указывает на то, что функция $T(\boldsymbol{x})$ не найдена и необходимо продолжать поиск.

Таким образом, с помощью нейронной сети можно проверить все функции преобразования вида $T(\boldsymbol{x}) = x_k$, где функция $T(\boldsymbol{x})$ может определяться одним аргументам.

Слой Y^2-нейронов служит для запоминания решений вида $T(\boldsymbol{x}) = x_k + x_{k1}$, $k, k1 \in M = \{1, 2, ..., n\}$. В этом случае на вход нейронной сети подаются пары возможных аргументов функции $T(\boldsymbol{x})$, которые воспринимаются входными S-нейронами, а затем запоминаются нейронами Y_k^1, Y_{k1}^1 Y^1-слоя. Единичные выходные сигналы нейронов Y_k^1 и Y_{k1}^1 поступают на входы элемента Y^2-слоя, единичный выходной сигнал которого соответствует возможной функции преобразования $x_k + x_{k1}$. Этот сигнал поступает на входы R- и N-нейронов, которые совместно с нейроном Σ определяют – является ли соотношение $T(\boldsymbol{x}) = x_k + x_{k1}$ функцией преобразования или нет. Аналогичным образом проверяются все функции преобразования, зависящие от двух аргументов.

Слой Y_1^q-нейронов служит для запоминания решений вида $T(\boldsymbol{x}) = x_k + x_{k1} + ... + x_{kq}$ и его функционирование аналогично функционированию слоев Y^1 и Y^2, которые были описаны выше.

Выводы: На основе анализа процесса определения функций преобразования в ГТУ между переменными линейных и нелинейных моделей, когда исходный объект описывается системой дифференциальных уравнений, где правые части почти всех уравнений содержат не более двух одночленов, функции преобразования, как правило, определяются соотношениями вида (31) и могут быть определены с помощью предложенной нейронной сети. Если решение таким образом определить не удаётся, то необходим поиск функций преобразования в более широком классе функций, чем функции, задаваемые соотношениями вида (31).

Таким образом, на основе нейронных сетей разработан подход к поиску функций преобразований, связывающих переменные линейных и нелинейных моделей.

Список литературы: **1.** *Ibragimov V.H.* Linearization of third-order ordinary defferential equations by point and contact transformations / *N.H. Ibragimov, S.V. Meleshko* // Math. Anal. Appl. – 2005 – № 308. – P. 266-289. **2.** *Краснощёченко В.Н.* Нелинейные системы: геометрический метод анализа и синтеза / *В.И. Краснощёченко, А.П. Крищенко*. – М.: Изд-во МГТУ им. Н.Э. Баумана. – 2005. – 520 с. **3.** *Ким Д.П.* Теория автоматического управления. Т. 2. Многомерные нелинейные, оптимальные и адаптивные системы: учебное пособие / *Д.П. Ким*. – М.: ФИЗМАТЛИТ, 2004. – 464 с. **4.** *Kim D.P.* Automatic Control. Theory Nonlinear and Multivariable System / *D.P. Kim.* – Seal: Harnol, 2000. – 558 p. **5.** *Дмитриенко В.Д.* Моделирование и оптимизация процессов управления движением дизель-поездов / *В.Д. Дмитриенко, А.Ю. Заковоротный.* – Х.: НТМТ, 2013. – 248 с. **6.** Методы классической и современной теории автоматического управления: Учебник в 5-ти томах. Т.5. Методы современной теории управления / Под ред. *К.А. Пупкова и Н.Д. Егунова.* – М.: МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2004. – 784 с. **7.** *Marina R.* Nonlinear Control Design / *R. Marino, P. Tomei*, – Prentice Hall Europe, 1995. – 396 p. **8.** *Дмитриенко В.Д.* Автоматизация символьных вычислений в процессе преобразования нелинейных моделей объектов к эквивалентным линейным / *В.Д. Дмитриенко, А.Ю. Заковоротный* // Transaction of

Azerbaijan National Academy of Sciences, Series of Physycal-Technical and Mathematical Sciences: Informatics and Control Problems. – Baku, 2014. Vol. XXXIV. – № 6. – С. 130-139. **9.** *Дмитриенко В.Д.* Преобразование нелинейных систем управления к эквивалентным линейным в канонической форме Бруновского / *В.Д. Дмитриенко, А.Ю. Заковоротный* // Электротехнические системы и комплексы. – Магнитогорск: МГТУ, 2014. – № 4 (25). – С. 8 – 14. **10.** *Дмитриенко В.Д.* Синтез оптимальных законов управления тяговым электроприводом методами дифференциальной геометрии и принципа максимума / *В.Д. Дмитриенко, А.Ю. Заковоротный* // Системи обробки інформації. Збірник наукових праць. – Харків: ХУПС, 2009. – Вип. 4 (78). – С. 42-51. **11.** *Носков В.И.* Моделирование и оптимизация систем управления и контроля локомотивов / *В.И. Носков, В.Д. Дмитриенко, Н.И. Заполовский, С.Ю. Леонов*. – Х.: ХФИ "Транспорт Украины", 2003. – 248 с.

References:

1. Ibragimov, V.H. and Meleshko, S.V. (2005), "Linearization of third-order ordinary defferential equations by point and contact transformations". Math. Anal. Appl., Vol. 308, pp. 266-289.

2. Krasnoshechenko, V.N. and Krishenko, A.P. (2005), *Nonlinear systems: geometrical method of analysis and synthesis*, Bauman Moscow State Technical University (BMSTU), 520 p.

3. Kim, D.P. (2004), *The theory of automatic control. T. 2 Multidimensional nonlinear, optimal and adaptive systems: tutorial*, Moscow, FIZMATLIT, 464 p.

4. Kim, D.P. (2000), *Automatic Control. Theory Nonlinear and Multivariable System*, Seal: Harnol, 558 p.

5. Dmitrienko, V.D. and Zakovorotny, A.Y. (2013), *Modelling and optimization of management processes of diesel trains*, Kharkov, HTMT, 248 p.

6. Pupkov, K.A. and Egunov, N.D. (2004), *Methods of classical and modern control theory: Textbook in 5 volumes. V.5. Methods of modern control theory*, Bauman Moscow State Technical University (BMSTU), 784 p.

7. Marina, R. and Tomei, P. (1995), *Nonlinear Control Design*, Prentice Hall Europe, 396 p.

8. Dmitrienko, V.D. and Zakovorotny, A.Y. (2014), "Automation of symbolic calculations in the process of conversion the nonlinear models of objects to the equivalent linear", *Transaction of Azerbaijan National Academy of Sciences, Series of Physycal-Technical and Mathematical Sciences: Informatics and Control Problem.*, Baku, Vol. XXXIV, No 6, pp. 130-139.

9. Dmitrienko, V.D. and Zakovorotny, A.Y. (2014), "Converting the nonlinear control systems equivalent to the linear canonical Brunovsky form", *Electrical systems and complexes, Magnitogorsk: MSTU*, Vol. No 4 (25), pp. 8-14.

10. Dmitrienko, V.D. and Zakovorotny, A.Y. (2009), "Synthesis of optimal control laws of the traction electric drive methods of differential geometry and maximum principle", *Information processing systems. Collection of scientific papers, Kharkiv national university of Air Force, Kharkiv*, Vol. 4 (78), pp. 42-51.

11. Noskov, V.I., Dmitrienko, V.D., Zapolovsky, N.I. and Leonov, S.Yu. (2003), *Modelling and optimization of locomotive management and control systems*, KhPhI "Transport of Ukraine", Kharkiv, 248 p.

Статью представил д-р техн. наук, профессор НТУ "ХПИ" Серков А.А.

Поступила (received) 05.06.2016

Dmitrienko Valerii, Dr. Tech. Sci., Professor
National Technical University "Kharkiv Polytechnic Institute"
Str. Frunze, 21, Kharkiv, Ukraine, 61002
Tel.: +38 (057) 707-61-98, e-mail: valdmitrienko@gmail.com
ORCID ID: 0000-0003-2523-595X

Zakovorotniy Alexandr, Cand. Tech. Sci., Docent
National Technical University "Kharkiv Polytechnic Institute"
Str. Frunze, 21, Kharkiv, Ukraine, 61002
Tel.: +38 (097) 967-32-71, e-mail: arcade@i.ua
ORCID ID: 0000-0003-4415-838X

Dmytro Hlavchev, master
National Technical University "Kharkiv Polytechnic Institute"
Str. Frunze, 21, Kharkov, Ukraine, 61002
Tel: +380993049807, e-mail: dmitriyglavchev@gmail.com
ORCID ID: 0000-0003-4248-4819

УДК 681.5.015.24

Метод пошуку функцій перетворення, що пов'язують змінні нелінійних та лінійних моделей в ГТК / Дмитрієнко В.Д., Заковоротний О.Ю., Главчев Д.М. // Вісник НТУ "ХПІ". Серія: Інформатика та моделювання. – Харків: НТУ "ХПІ". – 2016. – № 44 (1216). – С. 14 – 30.

Однією з причин обмеженої області застосування геометричної теорії керування, є складність визначення перетворень, що пов'язують змінні лінійної і нелінійної моделей і потребують вирішення системи диференціальних рівнянь в частинних похідних при обмеженнях. У статті пропонується здійснювати пошук функцій перетворювань за допомогою розробленої нейронної мережі. Проведене моделювання показало працездатність запропонованого методу для випадку, коли вихідний нелінійний об'єкт описується системою рівнянь, де праві частини майже всіх диференціальних рівнянь містять не більше двох одночленів. Іл.: 2. Бібліогр.: 11 назв.

Ключові слова: геометрична теорія керування, системи диференціальних рівнянь в частинних похідних, функція перетворення, нейронна мережа.

УДК 681.5.015.24

Метод поиска функций преобразования, связывающих переменные нелинейных и линейных моделей в ГТУ / Дмитриенко В.Д., Заковоротный А.Ю., Главчев Д.М. // Вестник НТУ "ХПИ". Серия: Информатика и моделирование. – Харьков: НТУ "ХПИ". – 2016. – № 44 (1216). – С. 14 – 30.

Одной из причин ограниченной области применения геометрической теории управления, является сложность определения преобразований, связывающих переменные линейной и нелинейной моделей и требующих решения системы дифференциальных уравнений в частных производных при ограничениях. В статье предлагается осуществлять поиск функций преобразований с помощью разработанной нейронной сети. Проведенное моделирование показало работоспособность предлагаемого метода для случая, когда исходный нелинейный объект описывается системой уравнений, где правые части почти всех дифференциальных уравнений содержат не более двух одночленов. Ил.: 2. Библиогр.: 11 назв.

Ключевые слова: геометрическая теория управления, системы дифференциальных уравнений в частных производных, функция преобразования, нейронная сеть.

UDC 681.5.015.24

Search method of conversion functions, linking the variables of linear and nonlinear models in the GCT / Dmitrienko V.D., Zakovorotniy A.Y., Hlavchev D.M. // Herald of the National Technical University "KhPI". Subject issue: Information Science and Modelling. – Kharkov: NTU "KhPI". – 2016. – №. 44 (1216). – P. 14 – 30.

One reason for the limited scope of the geometric control theory, is a difficult definition of transformations relating the variables of linear and nonlinear models and solutions require a system of differential equations in partial derivatives with constraints. The paper proposes a search function multiplication with the help of the developed neural network. The simulation showed the efficiency of the proposed method for the case as non-linear as the initial object is described by a system of equations, where the right side of almost all differential equations contain no more than two monomials. Figs.: 2. Refs.: 11 titles.

Keywords: geometric control theory, system of differential equations in partial derivatives, function multiplication, neural network.