

**Б.А. ХУДАЯРОВ**, д-р техн. наук, проф., Ташкентский институт инженеров ирригации и механизации сельского хозяйства, г. Ташкент, Узбекистан

**Ф.Ж. ТУРАЕВ**, асс., Ташкентский институт инженеров ирригации и механизации сельского хозяйства, г. Ташкент, Узбекистан

### **ЧИСЛЕННОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ КОЛЕБАНИЙ ТРУБОПРОВОДОВ С УЧЕТОМ ВЯЗКОУПРУГОГО ОСНОВАНИЯ ГРУНТА**

В работе решается задача о колебаниях прямолинейных участков трубопровода на базе теории оболочек. Построена математическая модель о параметрических колебаниях вязкоупругих трубопроводов большого диаметра с протекающей пульсирующей жидкостью. Разработан вычислительный алгоритм, основанный на исключении особенностей интегральных и интегро-дифференциальных уравнений с сингулярными ядрами, с последующим использованием квадратурных формул, для решения задач динамики вязкоупругих трубопроводов с протекающей пульсирующей жидкостью. Численно исследовано влияние сингулярности в ядрах наследственности и частоты возбуждения на колебания конструкций, обладающих вязкоупругими свойствами. Ил.: 1. Библиогр.: 9 назв.

**Ключевые слова:** математическая модель; вязкоупругий трубопровод; интегро-дифференциальные уравнения; численное исследование; пульсирующая жидкость.

**Постановка проблемы и анализ литературы.** Проблема обеспечения высокопрочными трубами для строительства и эксплуатации мощностей по добыче и транспортировке нефти и газа является одной из первоочередных государственных задач. Решение ее начинается с формулировки требований к качеству труб, связанных с повышением надежности и долговечности трубопроводного транспорта. Одним из путей решения этой проблемы является использование в нефтегазовой отрасли труб из различных материалов, в том числе полимеросодержащих [1].

Как известно, магистральные, технологические и промышленные газонефтепроводы представляют собой сложные инженерные конструкции, проложенные во многих республик и регионах СНГ и эксплуатируемые в разнообразнейших природно-климатических условиях. Следует отметить, что подземная, наземная и подводные прокладки трубопроводов, подводные переходы, различные электрохимзащиты от коррозии, особенности технологии строительства и конструктивных решений создают широкий спектр параметров прочности, устойчивости различных участков трубопроводов. В

© Б.А. Хадаяров, Ф.Ж. Тураев, 2017

настоящее время при строительстве магистральных трубопроводов широко применяются трубы, изготовленные из различных естественных и искусственных (композитных) материалов. При сложных климатических условиях от проектировщика и расчетчика требуется максимально правильно оценить свойства материала трубы и реального грунта [2].

Задача исследования колебаний трубопровода на упругом и вязкоупругом основании с протекающей в нем жидкостью является весьма сложной. На сегодняшний день разработано множество подходов для решения подобных задач, но ни один из них не дает качественно полного решения задачи гидроупругости в трубопроводной системе в целом. В основном эти подходы описывают отдельные стадии процессов, происходящих в газо-нефтепроводе [3, 4].

Широкое использование новых композиционных материалов в объектах нефтегазовой промышленности, в объектах химического производства, а также других отраслях машиностроения требует дальнейшего совершенствования механических моделей деформируемых тел и разработки методов и методики их расчета с учетом вязкоупругих свойств материала тонкостенных конструкций.

Таким образом, несомненный научный и практический интерес вызывает построение математических моделей, позволяющих исследовать динамические процессы вязкоупругих трубопроводов с протекающей газо-жидкостью с учетом вязкоупругого основания грунта.

Необходимо не только создание математической модели, но и численного алгоритма и компьютерной программы для решения задачи о свободных колебаниях вязкоупругих тонкостенных трубопроводов с учетом вязкоупругого основания грунта.

Рассмотрим поведение трубопровода типа цилиндрической оболочки, внутри которой протекает пульсирующая жидкость. Скорость жидкости  $U(t)$  изменяется по закону [5].

Уравнения движения оболочки, полученные в рамках классической теории оболочек [5], с учетом наличия вязкоупругого основания, имеют вид:

$$\begin{aligned} (1-R^*) \left\{ \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{1-\mu}{2R^2} \frac{\partial^2 u}{\partial \theta^2} + \frac{1+\mu}{2R} \frac{\partial^2 v}{\partial x \partial \theta} + L_1(w) \right\} - \rho \frac{1-\mu^2}{E} \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} &= 0, \\ (1-R^*) \left\{ \frac{1}{R^2} \frac{\partial^2 v}{\partial \theta^2} + \frac{1-\mu}{2} \frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \frac{1+\mu}{2R} \frac{\partial^2 u}{\partial x \partial \theta} + L_2(w) \right\} - \rho \frac{1-\mu^2}{E} \frac{\partial^2 v}{\partial t^2} &= 0, \quad (1) \\ D(1-R^*) \nabla^4 w + L_3^*(u, v, w) + k_1(1-\Gamma^*)w + \rho h \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} &= q, \end{aligned}$$

где  $R^*$  – интегральный оператор вида:  $R^* \varphi(t) = \int_0^t R(t-\tau)\varphi(\tau)d\tau$ ;  
 $R(t-\tau)$  – ядро релаксации;  $R$  – радиус кривизны срединной поверхности;  $\mu$  – коэффициент Пуассона материала трубы;  $D$  – цилиндрическая жесткость трубы;  $E$  – модуль упругости материала трубы;  $\rho$  – его плотность;  $k_1$  – коэффициент основания Винклера;  $h$  – толщина стенки трубы;  $\mu_1$  – параметр возбуждения;  $\gamma_1$  – частота возбуждения; операторы  $L_1(w)$ ,  $L_2(w)$  и  $L_3^*(u, v, w)$  определены такими:

$$L_1(w) = -\frac{\mu}{R} \frac{\partial w}{\partial x} + \frac{\partial w}{\partial x} \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \frac{1+\mu}{2R^2} \frac{\partial w}{\partial \theta} \frac{\partial^2 w}{\partial x \partial \theta} + \frac{1-\mu}{2R^2} \frac{\partial w}{\partial x} \frac{\partial^2 w}{\partial \theta^2},$$

$$L_2(w) = -\frac{1}{R^2} \frac{\partial w}{\partial x} + \frac{\partial w}{\partial \theta} \frac{\partial^2 w}{\partial \theta^2} + \frac{1+\mu}{2R} \frac{\partial w}{\partial x} \frac{\partial^2 w}{\partial x \partial \theta} + \frac{1-\mu}{2R} \frac{\partial w}{\partial \theta} \frac{\partial^2 w}{\partial x^2},$$

$$L_3^*(u, v, w) = (1-R^*) \frac{Eh}{1-\mu^2} \left\{ -\frac{\mu}{R} \frac{\partial u}{\partial x} - \frac{1}{R^2} \frac{\partial v}{\partial \theta} + \frac{w}{R^2} - \frac{\mu}{2R} \left( \frac{\partial w}{\partial x} \right)^2 - \right.$$

$$\left. -\frac{1}{R^3} \left( \frac{\partial w}{\partial \theta} \right)^2 \right\} - \frac{Eh}{1-\mu^2} \frac{\partial}{\partial x} \left\{ \frac{\partial w}{\partial x} (1-R^*) \left[ \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\mu}{R} \frac{\partial v}{\partial \theta} - \frac{\mu w}{R} \right] + \right.$$

$$\left. + \frac{1-\mu}{2R} \frac{\partial w}{\partial \theta} (1-R^*) \left( \frac{1}{R} \frac{\partial u}{\partial \theta} + \frac{\partial v}{\partial x} \right) \right\} -$$

$$-\frac{Eh}{1-\mu^2} \frac{1}{R} \frac{\partial}{\partial \theta} \left\{ \frac{1}{R} \frac{\partial w}{\partial \theta} (1-R^*) \left[ \mu \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{1}{R} \frac{\partial v}{\partial \theta} - \frac{w}{R} \right] + \right.$$

$$\left. + \frac{1-\mu}{2} \frac{\partial w}{\partial x} (1-R^*) \left( \frac{1}{R} \frac{\partial u}{\partial \theta} + \frac{\partial v}{\partial x} \right) \right\},$$

$q$  – давление жидкости на стенку трубопровода

$$q = -\Phi_{\alpha m}^* \rho \left( \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} + U^2 \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \right),$$

где  $\varphi_{\alpha m}^* \rho$  – присоединенная масса жидкости;  $m$  – число волн, образующихся по окружности;  $\alpha$  – волновое число или постоянная распространения фазы.

Решение систем нелинейных интегро-дифференциальных уравнений (ИДУ) в частных производных (1) при различных граничных условиях и при наличии сингулярных ядер наследственности представляет собой значительные математические трудности. Поэтому естественным способом решения этих систем является дискретизация по пространственным переменным и получение системы нелинейных ИДУ относительно функций времени.

В связи с этим **целью статьи** является разработка численного метода, позволяющего исследовать влияние геометрических нелинейностей и вязкоупругих свойств материала на колебательные процессы вязкоупругих трубопроводов.

Будем искать приближенное решение системы (1) в виде:

$$\begin{aligned} u(x, \theta, t) &= \sum_{n=1}^N \sum_{m=1}^M u_{nm}(t) \cos \frac{n\pi x}{L} \sin m\theta, \\ v(x, \theta, t) &= \sum_{n=1}^N \sum_{m=1}^M v_{nm}(t) \sin \frac{n\pi x}{L} \cos m\theta, \\ w(x, \theta, t) &= \sum_{n=1}^N \sum_{m=1}^M w_{nm}(t) \sin \frac{n\pi x}{L} \sin m\theta, \end{aligned} \quad (2)$$

где  $u_{nm}(t)$ ,  $v_{nm}(t)$  и  $w_{nm}(t)$  – неизвестные функции времени.

Подставляя (2) в систему (1) и применяя метод Бубнова-Галёркина, получим систему интегро-дифференциальных уравнений:

$$\begin{aligned} &u_{kl} + (1 - R^*) \left\{ \left( k^2 \pi^2 \delta^2 \gamma^2 + \frac{1 - \mu}{2} l^2 \delta^2 \right) u_{kl} - \frac{1 - \mu}{2} kl \pi \gamma \delta^2 v_{kl} + \right. \\ &+ \mu \delta^2 \gamma^2 k \pi w_{kl} + \sum_{n,i=1}^N \sum_{m,r=1}^M \left( \frac{ni^2 \pi^2}{2} \gamma^3 \delta + \frac{1 - \mu}{2} \frac{nr^2}{2} \gamma \delta \right) \Delta_{1klmnr} w_{nm} w_{ir} - \\ &\left. - \frac{1 + \mu}{2} \sum_{n,i=1}^N \sum_{m,r=1}^M \frac{imr}{2} \gamma \delta \Delta_{2klmnr} w_{nm} w_{ir} \right\} = 0, \end{aligned} \quad (3)$$

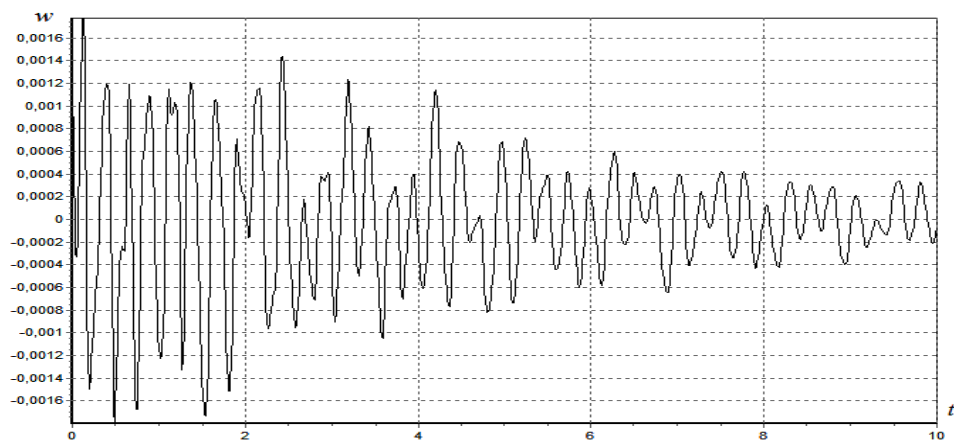
$$\begin{aligned}
 & v_{kl} + (1 - R^*) \left\{ \left( \frac{1 - \mu}{2} k^2 \pi^2 \delta^2 \gamma^2 + l^2 \delta^2 \right) v_{kl} - \frac{1 + \mu}{2} kl \pi \gamma \delta^2 u_{kl} - l \delta^2 w_{kl} - \right. \\
 & - \sum_{n,i=1}^N \sum_{m,r=1}^M \frac{mr^2}{2\pi} \delta \bar{\Delta}_{3klmnr} w_{nm} w_{ir} + \frac{1 + \mu}{2} \sum_{n,i=1}^N \sum_{m,r=1}^M \frac{inr\pi}{2} \gamma^2 \delta \bar{\Delta}_{4klmnr} w_{nm} w_{ir} - \\
 & \left. - \frac{1 - \mu}{2} \sum_{n,i=1}^N \sum_{m,r=1}^M \frac{i^2 m \pi}{2} \gamma^2 \bar{\Delta}_{3klmnr} w_{nm} w_{ir} \right\} = 0, \\
 & (1 + \varphi_{\alpha l}^*) w_{kl} + (1 - R^*) \left\{ \left( \frac{1}{12} [k^2 \pi^2 \gamma^2 + l^2]^2 + \delta^2 \right) w_{kl} + \pi \mu \gamma \delta^2 k u_{kl} - \right. \\
 & - l \delta^2 v_{kl} - \frac{\delta}{4\pi} \sum_{n,i=1}^N \sum_{m,r=1}^M mr \bar{\Delta}_{5klmnr} w_{nm} w_{ir} - \frac{\pi \mu \gamma^2 \delta}{4} \sum_{n,i=1}^N \sum_{m,r=1}^M ni \bar{\Delta}_{6klmnr} w_{nm} w_{ir} \left. \right\} + \\
 & + \frac{1 - \mu}{4} \gamma \delta \sum_{n,i=1}^N \sum_{m,r=1}^M n w_{nm} (1 - R^*) \left[ \gamma \pi i r v_{ir} - r^2 u_{ir} \right] \bar{\Delta}_{6klmnr} + \\
 & + \frac{\delta}{2} \sum_{n,i=1}^N \sum_{m,r=1}^M m w_{nm} (1 - R^*) \left[ i r \mu \gamma u_{ir} - \frac{r^2}{\pi} v_{ir} + \frac{r}{\pi} w_{ir} \right] \bar{\Delta}_{5klmnr} + \quad (3) \\
 & + \frac{1 - \mu}{4} \delta \sum_{n,i=1}^N \sum_{m,r=1}^M m w_{nm} (1 - R^*) \left[ i r \gamma u_{ir} - \gamma^2 i^2 \pi v_{ir} \right] \bar{\Delta}_{5klmnr} - \\
 & - \frac{\delta}{2} \sum_{n,i=1}^N \sum_{m,r=1}^M n w_{nm} (1 - R^*) \left[ i r \mu \gamma^2 \pi v_{ir} - i^2 \gamma^3 \pi^2 v_{ir} - \mu \pi i \gamma^2 w_{ir} \right] \bar{\Delta}_{6klmnr} - \\
 & - \frac{1 - \mu}{4} \delta \sum_{n,i=1}^N \sum_{m,r=1}^M n m w_{nm} (1 - R^*) \left[ r \gamma u_{ir} - i \gamma^2 \pi v_{ir} \right] \bar{\Delta}_{7klmnr} - \\
 & - \frac{\delta}{2} \sum_{n,i=1}^N \sum_{m,r=1}^M m^2 w_{nm} (1 - R^*) \left[ i \mu \gamma v_{ir} - \frac{r}{\pi} v_{ir} + \frac{1}{\pi} w_{ir} \right] \bar{\Delta}_{8klmnr} - \\
 & - \frac{\delta}{2} \sum_{n,i=1}^N \sum_{m,r=1}^M n^2 w_{nm} (1 - R^*) \left[ i \gamma^3 \pi^2 u_{ir} - \mu r \gamma^2 \pi v_{ir} + \mu \gamma^2 \pi w_{ir} \right] \bar{\Delta}_{8klmnr} -
 \end{aligned}$$

$$-\delta^2 M^{*2} \gamma^2 M_E^2 k^2 \pi^2 w_{kl} + \delta^4 k_1 (1 - \Gamma^*) w = 0.$$

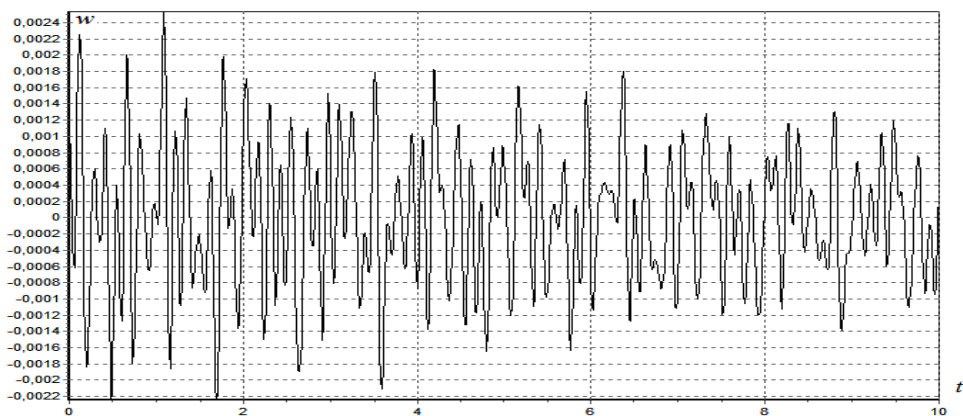
$$u_{nm}(0) = u_{0nm}, \quad \dot{u}_{nm}(0) = \dot{u}_{0nm}, \quad v_{nm}(0) = v_{0nm}, \quad (3)$$

$$\dot{v}_{nm}(0) = \dot{v}_{0nm}, \quad w_{nm}(0) = v_{0nm}, \quad \dot{w}_{nm}(0) = \dot{w}_{0nm}.$$

Решение ИДУ (3) находится численным методом, основанным на использовании квадратурных формул [6 – 9]. Результаты вычислений, отражаются графиками, приведенными на рис. 1 и рис. 2, где показано влияние параметра  $\gamma_1$  на колебательный процесс при  $A = 0,01$ ;  $\alpha = 0,25$ ;  $\beta = 0,005$ ;  $\delta = 10$ ;  $N = 5$ ;  $M = 2$ . Из рисунков видно, что увеличение значения частоты возбуждения приводит к увеличению амплитуды и частоты колебаний.



а)



б)

Рис. 1. Зависимость прогиба от времени при  $\gamma = 75$  Гц (а),  $\gamma_1 = 150$  Гц (б).

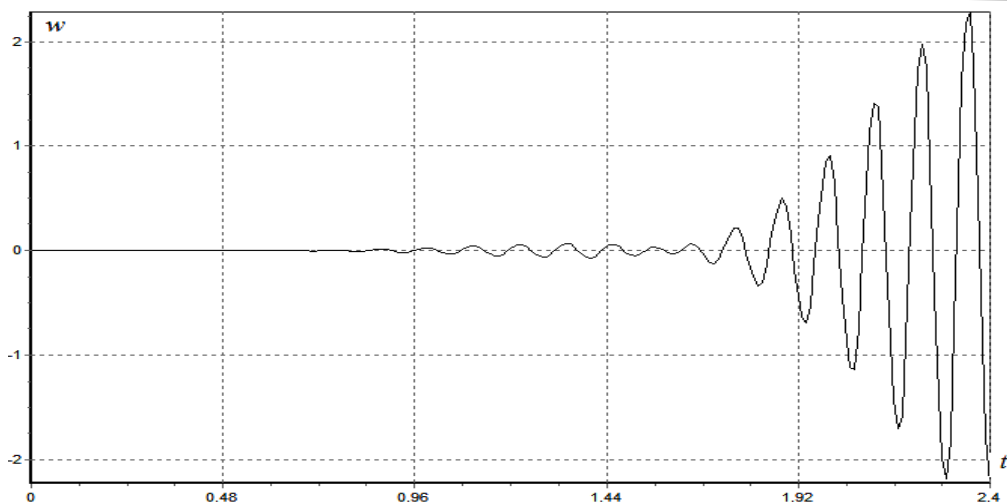


Рис. 2. Зависимость прогиба от времени при  $\gamma_1 = 250$  Гц

Здесь  $\delta = \frac{R}{h}$ ,  $\gamma = \frac{R}{L}$ ,  $M^* = \frac{U}{V_\infty}$ ,  $M_E = \sqrt{\frac{E}{\rho V_\infty^2}}$ ,  $V_\infty$  – скорость звука,  $\bar{\Delta}_{jklmnr}$  ( $j = 1, \dots, 8$ ) – безразмерные коэффициенты.

**Выводы.** Необходимо отметить, что алгоритм предлагаемого метода позволяет детально исследовать влияние геометрических нелинейностей и вязкоупругих свойств материала конструкций на колебательные процессы вязкоупругих трубопроводов, в частности, при исследовании свободных и параметрических колебаний трубопроводов на базе теории идеально-упругих оболочек.

**Список литературы:** 1. Якубовская С.В. Явление ползучести и релаксации армированных полиэтиленовых трубопроводов / С.В. Якубовская, Н.Ю. Сильницкая, Е.Ю. Иванова // Фундаментальные исследования. – 2015. – № 2. – С. 1676-1680. 2. Гаджиев В.Дж. Свободное колебание прямоугольного участка неоднородного трубопровода, лежащего на двухконстантном основании / В.Дж. Гаджиев, С.Р. Расулова, Х.Г. Джафаров // Нефтегазовое дело. – 2015. – Т. 13. – № 4. – С. 137-141. 3. Vincent O. S. Olunloyo. Dynamic Response Interaction of Vibrating Offshore Pipeline on Moving Seabed / O.S. Olunloyo Vincent, A. Osheku Charles and A. Oyediran Ayo // Journal Offshore Mech. Arct. Eng. – 2006. – Vol. 129 (2). – P. 107-119. 4. Limarchenko V.O. Vibration of a pipeline with liquid under combined vibration perturbations / V.O. Limarchenko // Journal of mathematical sciences. – 2014. – Vol. 201. №. 3. – P. 105-125. 5. Вольмир А.С. Оболочки в потоке жидкости и газа. Задачи гидроупругости / А.С. Вольмир. – М.: Наука. 1979. – 320 с. 6. Бадалов Ф.Б. Методы решения интегральных и интегро-дифференциальных уравнений наследственной теории вязкоупругости / Ф.Б. Бадалов. – Ташкент: Мехнат, 1987. – 269 с. 7. Бадалов Ф.Б. О некоторых методах решения систем интегро-дифференциальных уравнений, встречающихся в задачах вязкоупругости / Ф.Б. Бадалов, Х. Эшматов,

М. Юсупов // Прикладная математика и механика. – 1987. – Т. 51. – № 5. – С. 867-871.  
8. Худаяров Б.А. Нелинейный флаттер вязкоупругих отротропных цилиндрических панелей / Б.А. Худаяров, Н.Г.Бандурин // Математическое моделирование. – 2005. – Том 17. – № 10. – С. 79-86. 9. Бадалов Ф.Б. Исследование влияния ядра наследственности на решение линейных и нелинейных динамических задач наследственно-деформируемых систем / Ф.Б. Бадалов, Б.А. Худаяров, А. Абдукаримов // Проблемы машиностроения и надежности машин. – 2007. – № 4. – С. 107-110.

**References:**

1. Yakubovskaya, S.V., Silnitsky, N.Yu., and Ivanova, E.Yu. (2015), "The Phenomenon of creep and relaxation of reinforced polyethylene pipes", *Fundamental research*, No. 2, pp. 1676-1680.
2. Hajiyev, V.J., Rasulov, S.R., and Jafarov, Kh.G. (2015) "Free oscillation of a rectangular plot of heterogeneous pipeline, lying on the two constant basis", *Oil and gas business*, Vol. 13, No. 4, pp.137-141.
3. Vincent, O.S. Olunloyo, Charles A. Osheku, and Ayo, A. Oyediran. (2006) "Dynamic Response Interaction of Vibrating Offshore Pipeline on Moving Seabed", *Journal Offshore Mech. Arct. Eng.*, No. 129(2), pp. 107-119.
4. Limarchenko, V.O. (2014) "Vibration of a pipeline with liquid under combined vibration perturbations", *Journal of mathematical sciences*, Vol. 201, No. 3, pp. 105-125.
5. Volmir, A.S. (1979), *Shells in the flow of liquid and gas. Problems of hydroelasticity*, Science, Moscow, 320 p.
6. Badalov, F.B. (1987) *Methods of solution of integral and integro-differential equations of hereditary theory of viscoelasticity*, Mexnat, Tashkent, 269 p.
7. Badalov F.B., Eshmatov H., and Yusupov M. (1987) "About some methods for solving systems of integro-differential equations encountered in problems of viscoelasticity" *Journal of Applied mathematics and mechanics*, Vol. 51, No. 5, pp. 867-871.
8. Khudayarov B.A., Bandurin N.G. (2005), "Nonlinear flutter of viscoelastic cylindrical panels urotropine", *Mathematical modeling*, Vol.17, No. 10, pp. 79-86.
9. Badalov F.B., Khudayarov B.A., Abdugarimov A. (2007), "Study of the influence of the kernel of heredity on the solution of linear and nonlinear dynamic problems hereditary-deformable systems", *Problems of mechanical engineering and reliability of machines*, No. 4, pp. 107-110.

*Статью представил д-р физ.-мат. наук, проф. Наримов Н.*

*Поступила (received) 10.11.2017*

Khudayarov Bakhtiyar, Dr. Sci. Tech, Prof.  
Tashkent Institute of Agricultural Irrigation and Mechanization,  
Str. Kari-Niyazov, 39, Tashkent, Uzbekistan, 050010,  
Tel: +99897-721-07-14, e-mail: bakht-flpo@yandex.com

Тураев Ф.Ж., ass.  
Tashkent Institute of Agricultural Irrigation and Mechanization,  
Str. Kari-Niyazov, 39, Tashkent, Uzbekistan, 050010,  
Tel: +99897-721-07-14, e-mail: bakht-flpo@yandex.com



УДК 539.3

**Чисельне дослідження коливань трубопроводів з урахуванням в'язкопружного підстави ґрунту / Худаяров Б.А., Тураєв Ф.Ж. // Вісник НТУ "ХПІ". Серія: Інформатика та моделювання. – Харків: НТУ "ХПІ". – 2017. – № 50 (1271). – С. 66 – 74.**

Вирішується задача про коливання прямолінійних ділянок трубопроводу на базі теорії оболонки. Побудовано математичну модель про параметричні коливання в'язкопружних трубопроводів великого діаметру з протікаючою пульсуючою рідиною. Розроблено обчислювальний алгоритм, заснований на виключенні особливостей інтегральних та інтегро-диференціальних рівнянь з сингулярними ядрами, з подальшим використанням квадратурних формул, для вирішення завдань динаміки в'язкопружних трубопроводів. Чисельно досліджені вплив сингулярності в ядрах спадковості і частоти збудження на коливання конструкцій, що володіють в'язкопружні властивостями. Іл.:2. Бібліогр.: 9 назв.

**Ключевые слова:** математична модель; в'язкопружний трубопровід; інтегро-диференціальні рівняння; чисельне дослідження; пульсуюча рідина.

УДК 539.3

**Численное исследование колебаний трубопроводов с учетом вязкоупругого основания грунта / Худаяров Б.А., Тураев Ф.Ж. // Вестник НТУ "ХПИ". Серія: Інформатика и моделирование. – Харьков: НТУ "ХПИ". – 2017. – № 50 (1271). – С. 66 – 74.**

Решается задача о колебаниях прямолинейных участков трубопровода на базе теории оболочек. Построена математическая модель о параметрических колебаниях вязкоупругих трубопроводов большого диаметра с протекающей пульсирующей жидкостью. Разработан вычислительный алгоритм, основанный на исключении особенностей интегральных и интегро-дифференциальных уравнений с сингулярными ядрами, с последующим использованием квадратурных формул, для решения задач динамики вязкоупругих трубопроводов. Численно исследовано влияние сингулярности в ядрах наследственности и частоты возбуждения на колебания конструкций, обладающих вязкоупругими свойствами. Ил.:2. Библиогр.: 9 назв.

**Ключевые слова:** математическая модель; вязкоупругий трубопровод; интегро-дифференциальные уравнения; численное исследование; пульсирующая жидкость.

UDC 539.3

**Numerical study of the vibrations of pipelines taking into account the viscoelastic base of the soil / Khudayarov B.A., Turaev F.Dg. // Herald of the National Technical University "KhPI". Subject issue: Information Science and Modelling. – Kharkov: NTU "KhPI". – 2017. – № 50 (1271). – P. 66 – 74.**

The problem of oscillations of rectilinear pipeline sections based on shell theory is solved. A mathematical model of the problem of parametric oscillations of viscoelastic large diameter pipelines with a flowing pulsating fluid is constructed. A computational algorithm based on eliminating the singularities of integral and integro-differential equations with singular kernels was developed, followed by the use of quadrature formulas, to solve the problems of the dynamics of viscoelastic pipelines with a flowing pulsating liquid. The influence of singularity in the heredity nuclei and the frequency of excitation on the vibrations of structures possessing viscoelastic properties are numerically investigated. Figs.: 1. Refs.: 9 titles.

**Keywords:** mathematical model; viscoelastic pipelines; integro-differential equations; numerical investigation; pulsating fluid.