

УДК 621.3.078.3

DOI: 10.20998/2411-0558.2018.24.05

В. С. СУЗДАЛЬ, д-р техн. наук, ст. науч. сотр., Інститут
сцинтиляційних матеріалів НАН України, Харків,

Ю. М. ЕПИФАНОВ, д-р техн. наук, ст. науч. сотр., Інститут
сцинтиляційних матеріалів НАН України, Харків

СИНТЕЗ СТАБИЛИЗИРУЮЩЕГО УПРАВЛЕНИЯ ПРОЦЕССОМ ВЫРАЩИВАНИЯ МОНОКРИСТАЛЛОВ НА ОСНОВЕ РЕШЕНИЯ НЕРАВЕНСТВА ЛЯПУНОВА

Рассмотрен синтез стабилизирующего управления процессом выращивания методом Чохральского щелочно-галоидных монокристаллов, позволяющий обеспечить стабильность скорости роста кристалла за счет адаптивной стабилизации тепловых условий выращивания. Синтез проведен на основе решения неравенства Ляпунова с канонизацией матриц и с использованием матричных делителей нуля. Ил.: 1. Библиогр.: 9 назв.

Ключевые слова: стабилизирующее управление; метод Чохральского; матрица; монокристалл; матричный делитель нуля.

Постановка проблемы. В качестве объекта управления (ОУ) выбран процесс выращивания щелочно-галоидных монокристаллов (ЩГК) методом Чохральского. При выращивании монокристалл вращается с некоторой угловой скоростью и вытягивается из тигля с расплавом на затравочный кристалл. В процессе роста кристалла в тигле автоматически поддерживается постоянный уровень расплава за счет подпитки его исходным сырьем [1].

Известно, что качество кристалла, при выращивании методом Чохральского, определяется стабильностью массовой скорости его роста. В настоящее время в системах управления кристаллизацией скорость роста косвенно оценивается по диаметру растущего монокристалла, который и стабилизируется в процессе выращивания. Управление диаметром кристалла осуществляется путем изменения тепловых условий выращивания, т.е. объект управления – это многомерное динамическое звено, входом которого являются тепловые условия кристаллизации, а выходом – диаметр монокристалла [2]. Исследования процесса выращивания ЩГК показали, что процесс роста кристаллов диаметром до 300 мм можно условно разбивать на ряд интервалов, в пределах которых тепловые условия кристаллизации являются квазистационарными. Для решения задачи стабилизации температурного поля на выбранных интервалах используются системы стабилизации, а вся система управления ростом ЩГК может проектироваться как таблично-адаптивная.

© В.С. Суздаль, Ю.М. Епифанов, 2018

Современные требования к стабильности диаметра ЩГК очень высоки. Например, для растущего монокристалла диаметром 300 мм точность стабилизации диаметра должна быть не хуже 1% и длительность переходного процесса в канале управления нагреватель – диаметр кристалла, не больше 100 с. В связи с этим актуально совершенствование существующих систем управления процессами выращивания монокристаллов и разработка новых.

Анализ литературы. Для синтеза системы управления кристаллизацией используется модель ОУ в пространстве состояний

$$\begin{cases} \dot{x} = Ax + Bu, & x(t_0) = x_0, \\ y = Cx + Du, \end{cases} \quad (1)$$

где $x \in R^n$ – вектор состояния; $y \in R^l$ – выходной вектор; $u \in R^m$ – вектор управления, подаваемого на вход ОУ; x_0 – начальные условия, т.е. состояние ОУ в начальный момент времени t_0 ; A, B, C – постоянные матрицы соответствующих размеров.

Пусть, для системы (1) существует управление с обратной связью

$$u = Ky = KCx, \quad (2)$$

где $K \in R^{r \times m}$ – матрица регулятора по выходу.

Стабилизация системы (1) с помощью закона (2) является задачей, когда необходимо найти такую матрицу K , что выполняются некоторые требования, например, по размещению полюсов замкнутой системы (собственных значений матрицы $A + BKC$) или требования к переходным процессам в замкнутой системе в смысле минимума некоторого заданного функционала. Путь синтеза стабилизирующих регуляторов, основанный на применении теории линейных матричных неравенств, представлен в [3 – 5]. Такая же задача была решена в [6] на основе специфического преобразования подобия исходной системы и предложенных алгоритмов ее решения. Эти методы связаны со сложностями практического использования.

Метод канонизации матриц для решения матричных уравнений системы предложен в работе [7]. Метод основан на эквивалентных преобразованиях матриц.

Метод канонизация матриц. Канонизацией некоторой матрицы M размера $m \times n$ и ранга r является разложение этой матрицы на четверку матриц $\tilde{M}_{r,m}^L, \bar{M}_{m-r,m}^L, \tilde{M}_{n,r}^R, \bar{M}_{n,n-r}^R$, удовлетворяющих равенству:

$$\begin{bmatrix} \tilde{M}_{r,m}^L \\ \bar{M}_{m-r,m}^L \end{bmatrix} M \begin{bmatrix} \tilde{M}_{n,r}^R & \bar{M}_{n,n-r}^R \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} I_r & 0_{r,n-r} \\ 0_{m-r,r} & 0_{m-r,n-r} \end{bmatrix},$$

где $\tilde{M}_{r,m}^L$ – левый канонизатор матрицы M ; $\tilde{M}_{n,r}^R$ – правый канонизатор матрицы M ; $\bar{M}_{m-r,m}^L$ – левый матричный делитель нуля матрицы M ; $\bar{M}_{n,n-r}^R$ – правый матричный делитель нуля матрицы M ; I_r – единичная матрица размера $r \times r$.

Левый \tilde{M}^L (правый \tilde{M}^R) канонизатор характеризует все линейно-независимые комбинации строк и столбцов исходной матрицы M в соответствии с тождеством

$$\bar{M}^L M \tilde{M}^R = I_r,$$

т.е. приводят к представлению исходной матрицы в канонических базисах.

Сводный канонизатор \tilde{M} , используемый при решении матричных уравнений, вычисляется по формуле

$$\tilde{M} = \tilde{M}^R \tilde{M}^L$$

и описывает всю совокупность линейно-независимых строк и столбцов исходной матрицы.

Матричные делители нуля. Пусть задана некоторая матрица $M_{m,n}$, определяющая преобразование вида

$$y = Mx, \quad x \in R^n, \quad y \in R^m,$$

где x – n -мерный входной сигнал; y – m -мерный выходной сигнал; M – оператор (отображение), ставящий в соответствие каждому сигналу x на входе некоторый сигнал y на выходе.

Делители нуля – особые матрицы, использующие имеющуюся линейную зависимость строк и/или столбцов исходной матрицы [8].

Определение 1. Матрица \bar{M}^R называется правым делителем нуля прямоугольной матрицы $M_{m,n}$, если для этой матрицы выполняются соотношения:

$$M \bar{M}^R = 0, \quad M \neq 0, \quad \bar{M}^R \neq 0.$$

Ранг правого делителя нуля будем полагать максимальным.

Если тождество $M\bar{M}^R = 0$ имеет место только при нулевой матрице \bar{M}^R , то принято считать, что у матрицы M правый делитель нуля отсутствует.

Правый делитель нуля, выполняя операцию умножения, справа с исходной матрицей M , осуществляет линейное комбинирование столбцов матрицы M . Тогда нулевое значение произведения $M\bar{M}^R$ указывает на существование линейной зависимости столбцов матрицы M , т.е. характеризует комбинации столбцов матрицы M , которые тождественно равны нулю.

Определение 2. Матрица \bar{M}^L называется левым делителем нуля прямоугольной матрицы $M_{m,n}$, если для этой матрицы выполняются соотношения:

$$M\bar{M}^L = 0, \quad M \neq 0, \quad \bar{M}^L \neq 0.$$

Как и для правого делителя нуля, ранг левого делителя нуля будем полагать максимальным. Левый делитель нуля, умножаясь слева с исходной матрицей M , осуществляет линейное комбинирование строк матрицы M . Тогда нулевое значение произведения $\bar{M}^L M$ указывает на существование линейно зависимых строк исходной матрицы M .

Новый подход к разработке методов стабилизации различных динамических систем представлен в [9]. Его применение перспективно и при управлении процессом выращивания ЦГК.

Цель статьи – разработка стабилизирующего управления процессом выращивания ЦГК путем определения решения задачи стабилизации температурного поля, включающего решение матричных уравнений методом канонизации матриц с использованием матричных делителей нуля.

Синтез стабилизирующего управления. Известно, что если для некоторой матрицы $M \in R^{n \times n}$ выполняется неравенство Ляпунова

$$M^T P + P M < 0, \quad P^T = P > 0, \quad (3)$$

то эта матрица является асимптотически устойчивой.

В [9] доказана следующая теорема.

Пусть для системы (1) выполняется матричное неравенство Ляпунова

$$\left(\begin{array}{c|c} B^L AB^{LT} & B^L AB \\ \hline X & Y \end{array} \right)^T Z + Z \left(\begin{array}{c|c} B^L AB^{LT} & B^L AB \\ \hline X & Y \end{array} \right) < 0, \quad (4)$$

где $Z = Z^T > 0$, $X \in R^{s \times (n-s)}$, $Y \in R^{s \times s}$ – искомые матрицы.

Пусть также выполняется условие

$$(XB^L + YB^+ - B^+ A)C^R = 0_{r \times (n-m)}, \quad (5)$$

тогда асимптотически устойчива любая матрица $A + BKC$, где

$$K = (XB^L + YB^+ - B^+ A)C^+, \quad (6)$$

C^+ , B^+ – псевдообратные матрицы Мура-Пенроуза; B^L – левый делитель нуля, который удовлетворяет условию $B^L B = 0_{r \times r}$; B^{LT} – ортогональная матрица, удовлетворяющая условию $B^L B^{LT} = I_{n-r}$.

Из выполнения матричного неравенства Ляпунова (4) следует, что асимптотически устойчива матрица

$$\left(\begin{array}{c|c} B^L AB^{LT} & B^L AB \\ \hline X & Y \end{array} \right). \quad (7)$$

Пусть матрица преобразования подобия [3]

$$T = \left(\begin{array}{c} B^L \\ B^+ \end{array} \right) \quad (8)$$

обратимая матрица, для которой

$$T^{-1} = \left(\begin{array}{c} B^L \\ B^+ \end{array} \right)^{-1} = (B^{LT} | B), \quad (9)$$

то есть

$$(B^{LT} | B) \left(\begin{array}{c} B^L \\ B^+ \end{array} \right) = B^{LT} B^L + B B^+ = I_n. \quad (10)$$

Тогда преобразование подобия для матрицы $A + BKC$

$$T(A + BKC)T^{-1} = \left(\begin{array}{c|c} B^L AB^{LT} & B^L AB \\ \hline B^+ AB^{LT} + KCB^{LT} & B^+ AB + KCB \end{array} \right). \quad (11)$$

Приравняем правую часть выражения (11) к матрице (7) и проведем поблочное сравнение этих матриц. В результате получим уравнение относительно матрицы K

$$\left(\begin{array}{c|c} 0_{(n-r) \times (n-r)} & 0_{r \times r} \\ \hline X - B^+ AB^{LT} & Y - B^+ AB \end{array} \right) = \left(\begin{array}{c|c} 0_{(n-r) \times (n-r)} & 0_{r \times r} \\ \hline KCB^{LT} & KCB \end{array} \right), \quad (12)$$

или в другом виде

$$(X - B^+ AB^{LT} | Y - B^+ AB) = KC(B^{LT} | B). \quad (13)$$

Используя свойство (9), перейдем от (13) к уравнению

$$(X - B^+ AB^{LT} | Y - B^+ AB) \begin{pmatrix} B^L \\ B^+ \end{pmatrix} = KC. \quad (14)$$

Линейное уравнение (14) разрешимо относительно неизвестной матрицы K тогда и только тогда, когда выполняется условие решения правостороннего матричного уравнения

$$(X - B^+ AB^{LT} | Y - B^+ AB) \begin{pmatrix} B^L \\ B^+ \end{pmatrix} C^R = 0_{r \times (n-m)}, \quad (15)$$

где C^R – матричный правый делитель нуля матрицы C , который удовлетворяет условию $CC^R = 0$.

Преобразуем выражение (2) с учетом (4)

$$XB^L + YB^+ - B^+ A = KC. \quad (16)$$

Следовательно, в силу асимптотической устойчивости матрицы (7) асимптотически устойчива правая матрица выражения (11), при $K = (XB^L + YB^+ - B^+ A)C^+$. Доказательство закончено.

Синтез управления для многомерной системы на основе доказанной теоремы предполагает решение матричного неравенства Ляпунова (4), что вызывает трудности вычислительного характера с ростом размерности пространства состояний. Одним из способов преодоления этого является рандомизация [9]. В [9] предложено, в данном случае, использовать процедуру генерации матрицы вида

$$A_r = \left(\begin{array}{c|c} B^L AB^{LT} & B^L AB \\ \hline X & Y \end{array} \right), \quad (17)$$

где $X \in R^{r \times (n-r)}$, $Y \in R^{r \times r}$ таковы, что все элементы множества собственных значений рассматриваемой матрицы

$$\text{eig}(A_r) = \{\lambda_i \in C : \det(\lambda I_n - A_r) = 0\}$$

лежат в левой полуплоскости.

Проведем синтез стабилизирующего регулятора. Данные для идентификации объекта управления получены в реальном масштабе времени при выращивании монокристалла CsI(Tl). Процесс выращивания рассматривался как двухмерный линейный стационарный объект управления (ЛТИ-объект) с двумя входными величинами – температура основного нагревателя Td и температура дополнительного нагревателя Tb и двумя выходами – диаметр кристалла Ds и температура подпиточного расплава Tr . Объект управления в пространстве состояний имеет следующие матрицы:

$$A = \begin{bmatrix} x1 & x2 & x3 \\ x1 & -6.1854 & 1.0483 & 0.7374 \\ x2 & 0 & -1.0447 & -0.1902 \\ x3 & 0 & 0 & -0.0864 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} u1 & u2 \\ x1 & 0.6196 & 5.0748 \\ x2 & -0.9884 & 0.7925 \\ x3 & 0.0511 & -0.2560 \end{bmatrix},$$

$$C = \begin{bmatrix} x1 & x2 & x3 \\ y1 & 5.1946 & 0.2947 & -0.5443 \\ y2 & -0.1037 & -0.8649 & 0.1055 \end{bmatrix}, D = 0.$$

Объект управления полностью управляем и наблюдаем. Собственные значения ОУ: $\lambda_1 = -6.185$, $\lambda_2 = -1.045$, $\lambda_3 = -0.086$.

Соответственно, необходимые для расчетов псевдообратные матрицы B^+ , C^+ и левый делитель нуля B^L имеют следующий вид:

$$B^+ = \begin{bmatrix} 0.1464 & -0.9167 & 0.0640 \\ 0.1789 & 0.1114 & -0.0154 \end{bmatrix}, C^+ = \begin{bmatrix} 0.1922 & 0.0778 \\ -0.0250 & -1.1510 \\ -0.0162 & 0.1192 \end{bmatrix},$$

$$B^L = \begin{bmatrix} 1.6139 & 0 & 0 \\ 0.1795 & 0.1125 & 0 \end{bmatrix}.$$

Генерация матрицы (17) проводилась итерационным процессом рандомизации в среде MATLAB.

Оптимальной в смысле выполнения требований к переходному процессу в замкнутой системе является матрица

$$A_r = \begin{bmatrix} -0.0846 & -0.1131 & -1.2233 \\ -0.1500 & -0.8360 & -2.4072 \\ 0.4346 & 0.7983 & -0.6924 \end{bmatrix},$$

где матрицы

$$X = \begin{bmatrix} -0.1500 \\ 0.4346 \end{bmatrix}, Y = \begin{bmatrix} -0.8360 & -2.4072 \\ 0.7983 & -0.6924 \end{bmatrix}.$$

Собственные значения матрицы A_r лежат в левой полуплоскости. Регулятор K находился по выражению (6)

$$K = \begin{bmatrix} 0.0905 & 0.7006 \\ 0.2322 & 1.1202 \end{bmatrix}.$$

Собственные значения: $\lambda_1 = -11.720$, $\lambda_2 = -1.175$, $\lambda_3 = -0.061$ матрицы замкнутой системы лежат в левой полуплоскости, что свидетельствует об успешном решении задачи стабилизации.

Для канала температура основного нагревателя Td – диаметр кристалла Ds на рисунке приведена переходная характеристика замкнутой системы.

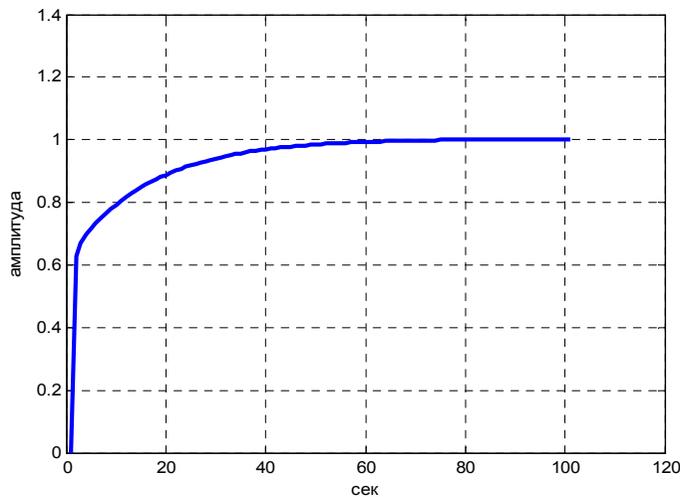


Рис. Переходная характеристика замкнутой системы по каналу $Td - Ds$

Анализ полученных результатов синтеза показывает, что замкнутая система устойчива.

Длительность переходного процесса, которая не превышает 80 с, и отсутствие перерегулирования удовлетворяют требованиям к качеству управления при выращивании ЩГК диаметром 300 мм.

Замкнутая система с синтезированным регулятором имеет в канале управления диаметром монокристалла быстрое доминирующее собственное значение $\lambda_1 = -11,720$, что позволяет замкнутой системе реагировать на кратковременные возмущения тепловых условий и уменьшить их влияние на распределение активатора по длине кристалла.

Выводы. В результате проведенной работы решена задача синтеза стабилизирующего управления диаметром щелочно-галоидного монокристалла. Показано, что использование рандомизации для решения матричного неравенства Ляпунова, позволило обойти трудности вычислительного характера в условиях большой размерности пространства состояний динамической системы. Анализ полученных результатов синтеза показал, что замкнутая система устойчива и удовлетворяет требованиям к качеству управления выращиванием щелочно-галоидных монокристаллов диаметром до 300 мм.

Доминирующее собственное значение $\lambda_1 = -11,720$ замкнутой системы позволило улучшить качество выращиваемого монокристалла за счет уменьшения влияния кратковременных возмущений тепловых условий.

Список литературы:

1. Суздаль В.С. Сцинтилляционные монокристаллы: автоматизированное выращивание / В.С. Суздаль, П.Е. Стадник, Л.И. Герасимчук, Ю.М. Епифанов // Серия: Состояние и перспективы развития функциональных материалов для науки и техники. – Харьков: ИСМА, 2009. – 260 с.
2. Суздаль В.С. Многомерные модели и системы управления выращиванием крупногабаритных монокристаллов / В.С. Суздаль, Ю.М. Епифанов, Ю.С. Козьмин, А.В. Соболев // Серия: Функциональные материалы для сцинтилляционной техники и биомедицины. – Харьков: ИСМА, 2012. – С. 355-381.
3. Баландин Д.В. Синтез законов управления на основе линейных матричных неравенств. / Д.В. Баландин, М.М. Коган. – М.: Физматлит, 2007. – 280 с.
4. Balandin D.V. LMI-based optimal attenuation of multistory building oscillations under seismic excitations / D.V. Balandin, M.M. Kogan // Structural Control and Health Monitoring, 2005. – V. 12. – №. 2. – P. 213-224.
5. Суздаль В.С. Матричные неравенства в синтезе управления ростовыми установками / В.С. Суздаль, Ю.М. Епифанов, И.И. Тавровский // Вісник НТУ "ХПІ". Серія: Інформатика та моделювання. – Харків: НТУ "ХПІ". – 2017. – № 21 (1243). – С. 92-102.
6. Граничин О.Н. Рандомизированные алгоритмы оценивания и оптимизации при почти произвольных помехах / О.Н. Граничин, Б.Т. Поляк. – М.: Наука, 2003. – 200 с.

7. Буков В.Н. Решение матричных уравнений методом канонизации / В.Н. Буков, В.Н. Рябченко, В.В. Косьянчук, Е.Ю. Зыбин // Вестник Киевского ун-та. Серия : Физмат. науки. – Вып. 1. – К.: Изд. КНУ, 2002. – С. 19-28.
8. Буков В.Н. Вложение систем. Аналитический подход к анализу и синтезу матричных систем / В.Н. Буков. – Калуга: Изд. научн. лит-ры Н.Ф. Бочкаревой, 2006. – 720 с.
9. Мисриханов М.Ш. Новый метод стабилизации динамической системы / М.Ш. Мисриханов, В.Н. Рябченко // Повышение эффективности работы энергосистем. Труды ИГЭУ. Системы управления и автоматизации. – Вып. IX. – М.: 2009. – С. 413-430.

References:

1. Suzdal, V.S., Stadnik, P.E., Gerasimchuk, L.I., and Yepifanov, Yu.M. (2009), *Scintillation single crystals: automated growing, Series: The state and prospects for the development of functional materials for science and technology*, Sci. Publishing "AKTA", Kharkov, 260 p.
2. Suzdal, V.S., Yepifanov, Yu.M., Kozmin, Yu.S., and Sobolev, A.V. (2012), "Multidimensional models and control systems growing large single crystals", *Series: Functional materials for scintillation techniques, and biomedicine*, Sci. Publishing "AKTA", Kharkov, pp. 355-381.
3. Balandin, D.V., and Kogan, M.M. (2007), *Synthesis of control laws based on linear matrix inequalities*, FIZMATLIT, Moscow, 280 p.
4. Balandin, D.V., and Kogan, M.M. (2005), "LMI-based optimal attenuation of multistory building oscillations under seismic excitations", *Journal of Structural Control and Health Monitoring*, Vol. 12, No. 2, pp. 213-224.
5. Suzdal, V.S., Yepifanov, Yu.M., and Tavrovskiy, I.I. (2017), "Matrix inequalities in control synthesis of growth installations", *Herald of the National Technical University "KhPI", Subject issue: Information Science and Modelling*, NTU "KhPI", Kharkov, No. 21(1243), pp. 92-102.
6. Granichin, O.N., and Polyak, B.T. (2003), *Randomized algorithms for estimation and optimization under almost arbitrary interference*, Science, Moscow, 200 p.
7. Bukov, V.N., Ryabchenko, V.N., Kosyanchuk, V.V., and Zybin, E.Yu. (2002), "Solution of matrix equations by the canonization method", *Herald of the Kiev University, Series: Phys. - Mat. Science*, Ed. KNU, Kiev, Issue 1, pp. 19-28.
8. Bukov, V.N. (2006), *Embedding systems. Analytical approach to the analysis and synthesis of matrix systems*, Ed. scientific lit. N.F. Bochkareva, Kaluga, 720 p.
9. Misrikanov, M.Sh., and Ryabchenko, V.N. (2009), "A new method of stabilization a dynamic system", *Improving of energy systems the efficiency, Proceedings of ISEU, Control and automation systems*, Moscow, Issue IX, pp. 413-430.

Статью представил д-р физ.-мат. наук, зав. отделом 2319 ИСМА НАН Украины Тарасов В.А.

Поступила (received) 15.03.2018

Suzdal Viktor, Dr. Sci. Tech., Senior Researcher,
ISMA NAS of Ukraine,
Nauki Ave., 60, Kharkov, Ukraine, 61072.
Tel.: (057) 341-01-45, email: suzdal@isma.kharkov.ua
ORCID ID: 0000-0002-3816-9886

Yepifanov Yuriy, Dr. Sci. Tech., Senior Researcher,
ISMA NAS of Ukraine,
Nauki Ave., 60, Kharkov, Ukraine, 61072.
Tel.: (057) 341-01-45, email: epiphanov@isma.kharkov.ua
ORCID ID: 0000-0003-2303-9138

УДК 621.3.078.3

Синтез стабілізуючого керування процесом вирощування монокристалів на основі рішення нерівності Ляпунова / Суздаль В.С., Єпифанов Ю.М. // Вісник НТУ "ХПІ". Серія: Інформатика та моделювання. – Харків: НТУ "ХПІ". – 2018. – № 24 (1300). – С. 47 – 58.

Розглянуто синтез стабілізуючого керування процесом вирощування методом Чохральського лужно-галоїдних монокристалів, що дозволяє вирішити задачу стабільності швидкості росту за рахунок адаптивної стабілізації теплових умов. Синтез керування проведений на основі рішення нерівності Ляпунова з канонізацією матриць і з використанням матричних дільників нуля стабілізуючого регулятора й системи в цілому. Ил.: 1. Бібліогр.: 9 назв.

Ключові слова: стабілізуюче керування; метод Чохральського; матриця; матричні дільники нуля; монокристал; система.

УДК 621.3.078.3

Синтез стабилизирующего управления процессом выращивания монокристаллов на основе решения неравенства Ляпунова / Суздаль В.С., Епифанов Ю.М. // Вестник НТУ "ХПИ". Серія: Інформатика и моделирование. – Харьков: НТУ "ХПИ". – 2018. – № 24 (1300). – С. 47 – 58.

Рассмотрен синтез стабилизирующего управления процессом выращивания методом Чохральского щелочно-галоидных монокристаллов, позволяющий решить задачу стабильности скорости роста за счет адаптивной стабилизации тепловых условий. Синтез управления проведен на основе решения неравенства Ляпунова с канонизацией матриц и с использованием матричных делителей нуля стабилизирующего регулятора и системы в целом. Ил.: 1. Библиогр.: 9 назв.

Ключевые слова: стабилизирующее управление; метод Чохральского; матрица; матричные делители нуля; монокристалл; система.

UDC 621.3.078.3

The synthesis stabilizing control of the single crystals growth process based on solving the Lyapunov inequality / Suzdal V.S., Yepifanov Yu.M. // Herald of the National Technical University "KhPI". Subject issue: Information Science and Modelling. – Kharkov: NTU "KhPI". – 2018. – №. 24 (1300). – P. 47 – 58.

The stabilizing control synthesis by the Czochralski method of alkali-halide single crystals the growth process is considered, which makes it possible to solve the problem of the growth rate stability due to adaptive stabilization of thermal conditions. The control synthesis is based on solving the Lyapunov inequality with matrices canonization and using the matrix zero divisors of the stabilizing regulator and the system as a whole. Figs.: 1. Refs.: 9 titles.

Keywords: stabilizing control; the Czochralski method; matrices; matrix zero divisors; a single crystal; system.