

Н. С. АЩЕПКОВА, канд. техн.наук, доц., ДНУ им. О. Гончара,
Днепр

ОПРЕДЕЛЕНИЕ ОПТИМАЛЬНЫХ КОНФИГУРАЦИЙ АНТРОПОМОРФНОГО МАНИПУЛЯТОРА С ШЕСТЬЮ СТЕПЕНЯМИ ПОДВИЖНОСТИ

Точность позиционирования схвата манипулятора – один из основных показателей качества работы промышленных роботов. Для многозвенных манипуляторов величина ошибки позиционирования существенно зависит от конфигурации кинематической цепи, в связи с чем задача определения и выбора оптимальных конфигураций является актуальной как на стадии проектирования, так и на стадии планирования траекторий для конкретного технологического процесса. Ил.: 5. Библиогр.: 11 назв.

Ключевые слова: антропоморфный манипулятор; оптимальная конфигурация; степень подвижности; точность позиционирования.

Постановка проблемы. Возникла необходимость создания метода, как формализованной последовательности простых вычислительных процедур, для анализа оптимальности конфигураций манипулятора. Критерием оптимальности является точность позиционирования манипулятора. Математическое моделирование, анализ и синтез оптимальной конфигурации выполнены с использованием стандартного пакета прикладных программ Mathcad, обеспечивающего эффективное проектирование промышленных роботов (ПР).

Анализ литературы. Манипулятор ПР обычно представляет собой открытую кинематическую цепь, жесткие звенья которой соединены кинематическими парами пятого класса [1]. Если кинематическая цепь не содержит внутренних замкнутых контуров, то число кинематических пар n определяет число степеней подвижности манипулятора [2, 3]. Положение кинематической цепи манипулятора определяют с помощью обобщенных координат $q_i(t)$, ($i = 1, 2, \dots, n$) характеризующих относительные перемещения в кинематических парах [2, 3].

Для определения оптимальных конфигураций антропоморфного манипулятора воспользуемся алгоритмом решения второй задачи кинематики (или обратной задачи о положении манипулятора) [1 – 4]. Решение обратной задачи о положении манипулятора проводится как на этапе проектирования, так и на этапе синтеза управляющих воздействий [2, 3, 5]. Следует учесть, что для манипуляторов с большим числом

степеней подвижности возможно несколько наборов обобщенных координат, обеспечивающих заданное положение особой точки [3 – 6]. Выбор оптимального решения проводится исходя из дополнительных ограничений или критериев качества [2, 3].

Пакет прикладных программ Mathcad позволяет выполнить кинематический и динамический анализ, оценить точность позиционирования и пределы досягаемости схвата путём решения линейных и нелинейных алгебраических, дифференциальных уравнений и систем уравнений; выполнением операций с векторами, матрицами и полиномами [7, 8]. Метод кинематического и динамического анализа манипулятора с использованием Mathcad предложен автором в [9], анализ точности позиционирования манипулятора с использованием Mathcad предложен автором в [10].

Цель исследования – разработка метода анализа оптимальности конфигурации манипулятора ПР в среде Mathcad.

Материалы и методы исследования

Математическая постановка задачи и начальные условия.

Исходными данными являются [1 – 4]:

- кинематическая схема манипулятора,
- геометрические размеры и плотности звеньев манипулятора,
- требуемый закон движения схвата манипулятора,
- начальное положение звеньев,
- информация о нагрузке.

Определим положение особой точки P (например, полюса схвата) манипулятора в системе координат, связанной с n -м звеном $\vec{r}_P^n = (x_p \quad y_p \quad z_p \quad 1)^T$, и в системе координат, связанной с основанием ПР

$$\vec{r}_P^0 = f(q_1(t), q_2(t), \dots, q_k(t)) = A_0^1 \cdot A_1^2 \cdot A_2^3 \cdot \dots \cdot A_{n-1}^n \cdot \vec{r}_P^n = T_n \cdot \vec{r}_P^n. \quad (1)$$

Определим ΔP отклонение или ΔP^2 квадрат отклонения точности позиционирования манипулятора. Определим конфигурацию манипулятора, доставляющую минимум функции ΔP или ΔP^2 . Данную конфигурацию будем считать оптимальной.

Традиционный метод решения. Рассмотрим задачу определения оптимальных конфигураций для широко распространенного класса манипуляторов с шестью угловыми степенями подвижности, кинематическая схема которого приведена на рис. 1.

Предположим, что звенья манипулятора абсолютно жесткие стержни, соединенные ротационными кинематическими парами 5-го

класса, распределение масс звеньев сосредоточено в точках геометрических центров масс каждого звена, плотности звеньев одинаковы.

Используя математическую модель кинематики манипулятора ПР, оценим значение погрешности позиционирования ΔP особой точки P (полюса схвата) манипулятора. Погрешность позиционирования является следствием неточной работы различных функциональных элементов робота. Погрешность позиционирования ΔP обусловлена погрешностями Δk , возникающими в шарнирах при относительных движениях звеньев из-за наличия зазоров и люфтов в кинематических парах, погрешностей работы приводов и системы управления. Рассмотрим более подробно влияние на точность позиционирования ПР погрешностей работы приводов.

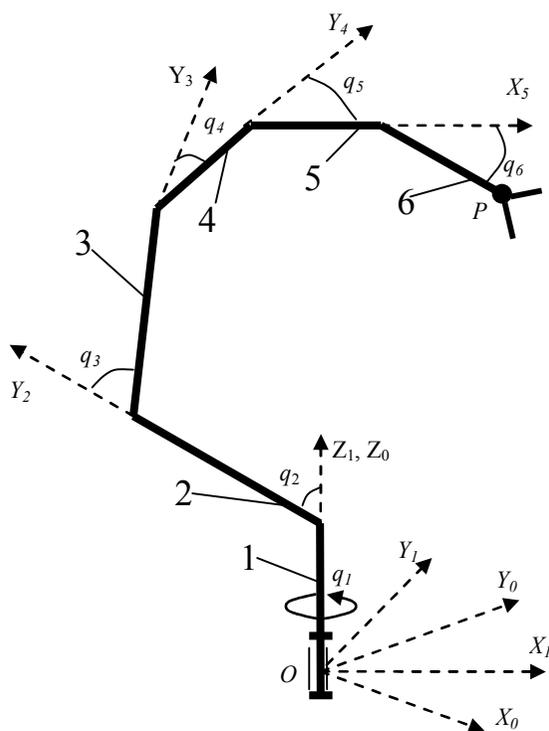


Рис. 1. Кинематическая схема манипулятора

Ошибка позиционирования полюса манипулятора обусловлена отклонениями Δq_k ($k = 1, \dots, 6$) угловых обобщенных координат от их программных значений. Для нахождения оптимальных конфигураций, минимизирующих максимальную ошибку, составим функцию Лагранжа с

переменными Δq_k и определим экстремум этой функции, в соответствии с работами [2]. Обозначим через $\vec{r}_P^n = (x_p \ y_p \ z_p \ 1)^T$ положение точки P манипулятора в системе координат связанной с n -ым звеном

$$\vec{r}_P^n = \begin{bmatrix} x_p \\ y_p \\ z_p \\ 1 \end{bmatrix} = f(q_1(t), q_2(t), \dots, q_k(t)) = \begin{bmatrix} f_x(q_1(t), q_2(t), \dots, q_k(t)) \\ f_y(q_1(t), q_2(t), \dots, q_k(t)) \\ f_z(q_1(t), q_2(t), \dots, q_k(t)) \\ 1 \end{bmatrix},$$

где $f(q_1(t), q_2(t), \dots, q_k(t))$ – функция угловых обобщенных координат q_k ($k = 1, \dots, 6$). Отклонения угловых координат Δq_k обуславливают ошибку позиционирования ΔP

$$\Delta P = \left(\frac{\partial f}{\partial q_k} \right)^T \Delta q = D \Delta q, \quad (2)$$

где D – матрица размерности 3×6 , $\Delta q = [\Delta q_1, \Delta q_2, \Delta q_3, \Delta q_4, \Delta q_5, \Delta q_6]^T$ – вектор отклонений обобщенных координат.

Величина

$$\Delta P^2 = \Delta q^T D^T D \Delta q = \Delta q^T G \Delta q, \quad (3)$$

где $G = D^T D$, представляет собой квадратичную форму относительно вектора Δq .

Оценим влияние конфигурации манипулятора на величину ΔP^2 . Для манипулятора, кинематическая схема которого представлена на рис. 1, если $l_5, l_6 \ll l_i$ ($i = 1 - 4$), влияние отклонений угловых координат в шарнирах пятой и шестой степени подвижности на ошибку позиционирования полюса схвата ΔP заметно меньше, чем остальных степеней. Следовательно, элементы $\left(\frac{\partial f}{\partial q_5} \Delta q_5 \right)$, $\left(\frac{\partial f}{\partial q_6} \Delta q_6 \right)$ в (2) малы по сравнению с элементами $\left(\frac{\partial f}{\partial q_i} \Delta q_i \right)$ для $i = 1, \dots, 4$.

В уравнениях (1) примем $\frac{\partial f}{\partial q_5} \Delta q_5 = \frac{\partial f}{\partial q_6} \Delta q_6 = 0$, тогда конфигурация звеньев 5, 6 не влияет на ошибку позиционирования ΔP . Пусть $q_5 = q_6 = 0$, определим конфигурации, минимизирующие ΔP^2 в этом случае. Вектор столбец координат особой точки P примет вид:

$$\vec{r}_P^n = \begin{bmatrix} x_p \\ y_p \\ z_p \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\text{Sin}q_1[l_2\text{Cos}q_2 + l_3\text{Cos}(q_2 + q_3) + l_7\text{Cos}(q_2 + q_3 + q_4)] \\ \text{Cos}q_1[l_2\text{Cos}q_2 + l_3\text{Cos}(q_2 + q_3) + l_7\text{Cos}(q_2 + q_3 + q_4)] \\ l_2\text{Sin}q_2 + l_3\text{Sin}(q_2 + q_3) + l_7\text{Sin}(q_2 + q_3 + q_4) \\ 1 \end{bmatrix}, \quad (4)$$

$$l_7 = l_4 + l_5 + l_6.$$

Вектор $f(q_1(t), q_2(t), \dots, q_4(t))$ имеет отклонения $\Delta q(\Delta q_1(t), \Delta q_2(t), \dots, \Delta q_4(t))$.

Матрица G квадратичной формы (3) имеет вид

$$G = D^T D = \begin{bmatrix} G_{11} & G_{12} & G_{13} & G_{14} \\ G_{21} & G_{22} & G_{23} & G_{24} \\ G_{31} & G_{31} & G_{32} & G_{34} \\ G_{41} & G_{42} & G_{43} & G_{44} \end{bmatrix},$$

где элементы матрицы G вычислены по формулам:

$$G_{11} = \left(\frac{y_P}{\text{Cos}q_1} \right)^2,$$

$$G_{12} = G_{13} = G_{21} = G_{31} = G_{41} = 0,$$

$$G_{22} = (z_P - l_1)^2 + \left(\frac{y_P}{\text{Cos}q_1} \right)^2,$$

$$G_{23} = G_{32} = (z_P - l_1)^2 + \left(\frac{y_P}{\text{Cos}q_1} \right)^2 - l_2 \left[\text{Sin}q_2(z_P - l_1) + \text{Cos}q_2 \left(\frac{y_P}{\text{Cos}q_1} \right) \right],$$

$$G_{24} = G_{42} = l_3 l_1 \text{Cos}(q_3 + q_4) + l_3 l_2 \text{Cos}q_4 + l_3^2, \quad (5)$$

$$G_{34} = G_{43} = l_3 l_2 \text{Cos}q_4 + l_3^2,$$

$$G_{33} = (z_P - l_1)^2 + \left(\frac{y_P}{\text{Cos}q_1} \right)^2 + l_2^2 - 2l_2 \left[\text{Sin}q_2(z_P - l_1) + \text{Cos}q_2 \left(\frac{y_P}{\text{Cos}q_1} \right) \right],$$

$$G_{44} = l_3^2.$$

Ранг матрицы G равен 3. С учетом (5) уравнение (3) примет вид:

$$\Delta P^2 = G_{11}\Delta q_1^2 + G_{22}\Delta q_2^2 + G_{33}\Delta q_3^2 + G_{44}\Delta q_4^2 + 2G_{32}\Delta q_2\Delta q_3 + 2G_{42}\Delta q_2\Delta q_4 + 2G_{43}\Delta q_4\Delta q_3. \quad (6)$$

Компоненты вектора Δq подчинены ограничивающему условию

$$\Delta q^T R \Delta q = 1,$$

где R – матрица нормировочных коэффициентов

$$R = \begin{bmatrix} R1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & R2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & R3 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & R4 \end{bmatrix}.$$

Для вычисления экстремумов ΔP^2 составим функцию Лагранжа

$$L = \Delta q^T G \Delta q - \lambda \Delta q^T R \Delta q, \quad (7)$$

где λ – множитель Лагранжа.

Дифференцируя (7) по Δq , получим необходимое условие экстремума

$$\frac{\partial L}{\partial \Delta q} = [G - \lambda R] \Delta q = 0. \quad (8)$$

Поскольку $\Delta q \neq 0$, определитель характеристической матрицы $\det[G - \lambda R] = 0$. Характеристический многочлен матрицы имеет вид

$$(G_{11} - \lambda R_1) [\lambda^3 R_2 R_3 R_4 - \lambda^2 (R_2 R_3 G_{44} + R_2 R_4 G_{33} + R_3 R_4 G_{22}) - \lambda (G_{24}^2 R_3 + G_{34}^2 R_2 + G_{23}^2 R_4 - G_{22} G_{44} R_3 - G_{33} G_{44} R_2)] = 0.$$

Поскольку ранг матрицы G равен 3, то отличными от нуля будут только собственные числа $\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3$:

$$\lambda_1 = \frac{G11}{R1},$$

$$\lambda_{2,3} = \frac{G44}{2R4} + \frac{G33}{2R3} + \frac{G22}{2R2} \pm$$

$$\pm \sqrt{\frac{G44^2}{R4^2} + \frac{G33^2}{R3^2} + \frac{G22^2}{R2^2} + \frac{4G34^2 - 2G33G44}{R3R4} + \frac{4G24^2 - 2G22G24}{R2R4} + \frac{4G23^2 - 2G22G33}{R3R2}},$$

$$\lambda_4 = 0.$$

Вычислим собственный вектор Δq , удовлетворяющий уравнению (5) из второго столбца матрицы $[G - \lambda_i R]$:

$$\Delta q_1 = \left[\lambda_i^3 R2R3R4 - \lambda_i^2 (R2R3G44 + R2R4G33 + R3R4G22) - \lambda_i (G24^2 R3 + G34^2 R2 + G23^2 R4 - G22G44R3 - G33G44R2) \right],$$

$$\Delta q_2 = (G11 - \lambda_i R1) \left[(G33 - \lambda_i R3)(G44 - \lambda_i R4) - G34^2 \right], \quad (9)$$

$$\Delta q_3 = (G11 - \lambda_i R1) \left[(G44 - \lambda_i R4)G32 - G34G42 \right],$$

$$\Delta q_4 = (G11 - \lambda_i R1) \left[G32G43 - G42(G33 - \lambda_i R3) \right],$$

где λ_i принимает значения $\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3$.

Подставляя собственные векторы Δq , соответствующие собственным числам λ_i , в уравнение (7), определим экстремум функции Лагранжа L . Вектор Δq , соответствующий собственному числу λ_2 доставляет максимум функции Лагранжа L и обуславливает максимальную ошибку позиционирования полюса манипулятора ΔP^2 . Следовательно,

$$\Delta P_{\max}^2 = f(x_P, y_P, z_P, l_1, l_2, l_3, l_7, q_1, q_2, q_3, q_4). \quad (10)$$

Из (4) определим значения обобщенных угловых координат

$$\begin{aligned}
 q_1 &= \operatorname{arctg}\left(\frac{-x_p}{y_p}\right), \\
 q_3 &= \arccos \frac{b_1 b_2 \pm \sqrt{b_1^2 + b_3^2 - b_2^2}}{b_1}, \\
 q_4 &= \arccos \frac{(z_p - l_1)^2 + \left(\frac{x_p}{\cos q_1}\right)^2 + l_2^2 - l_3^2 - l_7^2 - 2l_2 \left[\cos q_2 \frac{y_p}{\cos q_1} + \sin q_2 (z_p - l_1)\right]}{2l_2 l_3},
 \end{aligned} \tag{11}$$

где

$$\begin{aligned}
 b_1 &= (z_p - l_1) \sin q_2 + \frac{y_p}{\cos q_1} \cos q_2 - l_2, \\
 b_2 = l_3 + l_7 \cos q_4 &= \frac{l_3^2 + (z_p - l_1)^2 + \left(\frac{y_p}{\cos q_1}\right)^2 + l_2^2 - l_7^2 - 2l_2 \left[\cos q_2 \frac{y_p}{\cos q_1} + \sin q_2 (z_p - l_1)\right]}{2l_2}, \\
 b_3 &= \sqrt{(z_p - l_1)^2 + \left(\frac{y_p}{\cos q_1}\right)^2 - \left[\cos q_2 \frac{y_p}{\cos q_1} + \sin q_2 (z_p - l_1)\right]}.
 \end{aligned}$$

Квадрат максимальной величины отклонения (9) рабочего органа от программного положения с учетом соотношений (11) зависит лишь от угла q_2

$$\Delta P_{\max}^2 = f(x_p, y_p, z_p, l_1, l_2, l_3, l_7, q_2).$$

Найдем конфигурацию манипулятора, минимизирующую максимальную ошибку ΔP_{\max}^2 из условия

$$\frac{d\Delta P_{\max}^2}{dq_2} = 0.$$

Одним из решений этого уравнения будет

$$\begin{cases} q_1 = \operatorname{arctg}\left(\frac{-x_p}{y_p}\right), \\ 0 = \sin q_2 \frac{y_p}{\cos q_1} + \cos q_2 (z_p - l_1), \end{cases} \tag{12}$$

или

$$q_2 = \operatorname{arctg}\left(\frac{z_p - l_1 \cos q_1}{y_p}\right) = \operatorname{arctg}\left(\frac{z_p - l_1}{\frac{-x_p}{\sin q_1}}\right) = \operatorname{arctg}\left(\frac{z_p - l_1}{\sqrt{x_p^2 + y_p^2}}\right).$$

Решение (12) определяет минимум функции ΔP^2 .

Полученный результат означает, что ошибка позиционирования будет наименьшей, если второе звено манипулятора направлено к полюсу Р. Угловые обобщенные координаты q_1, q_3, q_4 выражаются через q_2 , т.е. величина угла q_2 полностью определяет оптимальную конфигурацию манипулятора.

Недостатком традиционного метода является необходимость решения системы трансцендентных уравнений (11), чем обусловлены методологические и вычислительные ошибки.

Определение оптимальной конфигурации манипулятора с использованием Mathcad. Пусть задана кинематическая схема манипулятора рис. 1 и законы движения (законы изменения обобщенных координат $q_i(t)$, $i = 1, 2, \dots, n$).

Алгоритм решения:

1) Для определения положения особой точки Р (например, полюса схвата) в системе отсчета, связанной со стойкой манипулятора, составим матрицы [2, 4, 5, 9, 10] преобразования координат методом Денавита-Хартенберга. Для манипулятора, кинематическая схема которого приведена на рис. 1 получим [9]:

$$A_w(\vec{k}, q_1) = \begin{bmatrix} \cos q_1 & \sin q_1 & 0 & 0 \\ -\sin q_1 & \cos q_1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & l_1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, A_w(\vec{i}, q_2) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \cos q_2 & \sin q_2 & 0 \\ 0 & -\sin q_2 & \cos q_2 & l_2 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix},$$

$$A_w(\vec{i}, q_3) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \cos q_3 & \sin q_3 & 0 \\ 0 & -\sin q_3 & \cos q_3 & l_3 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, A_w(\vec{i}, q_4) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \cos q_4 & \sin q_4 & 0 \\ 0 & -\sin q_4 & \cos q_4 & l_4 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix},$$

$$A_w(\vec{i}, q_5) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \cos q_5 & \sin q_5 & 0 \\ 0 & -\sin q_5 & \cos q_5 & l_5 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad A_w(\vec{j}, q_6) = \begin{bmatrix} \cos q_6 & 0 & \sin q_6 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ -\sin q_6 & 0 & \cos q_6 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}.$$

2) На основании кинематической схемы манипулятора представим перемещение особой точки P , как последовательность движений по каждой обобщенной координате. Составим цепочку перемещений от 0-го звена (основания манипулятора) до n -го звена, относительно которого особая точка неподвижна:

$$\begin{array}{ccccccc} 0 & \xrightarrow{A_w(\vec{k}, q_1)} & 1 & \xrightarrow{A_v(\vec{i}, q_2)} & 2 & \xrightarrow{A_v(\vec{i}, q_3)} & 3 \\ 3 & \xrightarrow{A_v(\vec{i}, q_4)} & 4 & \xrightarrow{A_v(\vec{i}, q_5)} & 5 & \xrightarrow{A_v(\vec{j}, q_6)} & 6. \end{array}$$

3) Определим положение точки P манипулятора в системе координат, связанной с n -ым звеном $\vec{r}_P^6 = (x_p \quad y_p \quad z_p \quad 1)^T$, и в системе координат, связанной с основанием ПР

$$\vec{r}_P^0 = f(q_1(t), q_2(t), \dots, q_6(t)) = A_0^1 \cdot A_1^2 \cdot A_2^3 \cdot A_3^4 \cdot A_4^5 \cdot A_5^6 \cdot \vec{r}_P^6 = T_6 \cdot \vec{r}_P^6,$$

где $T_6 = A_0^1 \cdot A_1^2 \cdot A_2^3 \cdot \dots \cdot A_5^6$ – общая матрица преобразования координат от n -го звена до 0-го звена (основания манипулятора). На рис. 2 представлено решение прямой задачи о положении манипулятора с использованием пакета прикладных программ Mathcad.

4) Для манипулятора, кинематическая схема которого приведена на рис. 1, перемещения в шарнирах задаются угловыми координатами q_i . Рассчитаем погрешность позиционирования точки P , обусловленную неточностью отработки $q_i(t)$ по формулам [10]:

$$\Delta_{xP} = \begin{bmatrix} -\sin q_1 & -\cos q_1 & 0 & 0 \\ \cos q_1 & \sin q_1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \cdot \Delta_{q1} \cdot \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \cos q_2 & -\sin q_2 & 0 \\ 0 & \sin q_2 & \cos q_2 & L_2 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \cos q_3 & \sin q_3 & 0 \\ 0 & -\sin q_3 & \cos q_3 & L_3 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \cos q_4 & -\sin q_4 & 0 \\ 0 & \sin q_4 & \cos q_4 & L_4 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \cos q_5 & 0 & -\sin q_5 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ \sin q_5 & 0 & \cos q_5 & L_5 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \cos q_6 & -\sin q_6 & 0 & 0 \\ \sin q_6 & \cos q_6 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & L_6 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \vec{r}_P^6 +$$

$$\begin{aligned}
 & + \begin{bmatrix} \cos q_1 & -\sin q_1 & 0 & 0 \\ \sin q_1 & \cos q_1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & L_1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -\sin q_2 & -\cos q_2 & 0 \\ 0 & \cos q_2 & -\sin q_2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \cdot \Delta q_2 \cdot \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \cos q_3 & \sin q_3 & 0 \\ 0 & -\sin q_3 & \cos q_3 & L_3 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \\
 & \cdot \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \cos q_4 & -\sin q_4 & 0 \\ 0 & \sin q_4 & \cos q_4 & L_4 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \cos q_5 & 0 & -\sin q_5 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ \sin q_5 & 0 & \cos q_5 & L_5 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \cos q_6 & -\sin q_6 & 0 & 0 \\ \sin q_6 & \cos q_6 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & L_6 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot r_p^6 + \dots
 \end{aligned}$$

Формулы громоздкие, пользоваться ими не удобно.

В работе [10] приведено решение прямой задачи о положении манипулятора с использованием пакета прикладных программ Mathcad, а также решение обратной задачи кинематики для условия минимума функции ΔP^2 .

Решение обратной задачи о положении манипулятора для значений $t = 30,4$ с; $\vec{r}_{PX}^0 = -0,008385$ м, $\vec{r}_{PY}^0 = -0,001562$ м, $\vec{r}_{PZ}^0 = -0,003057$ м, соответствующих минимальной ошибке позиционирования полюса ΔP^2 , позволяет определить все допустимые конфигурации манипулятора. Выбор оптимальной конфигурации осуществляется с учетом возможных препятствий в рабочей зоне манипулятора, ограничений в степенях подвижности и приводах.

Использование Mathcad позволяет формализовать процесс поиска оптимальных конфигураций манипулятора, не содержит решения трансцендентных уравнений, не предусматривает эвристических методов.

Выводы. Актуальность рассмотренной научно-прикладной задачи обусловлена расширением области применения манипуляционных роботов, усложнением их траекторий, ужесточением требований к точности позиционирования схвата. Определение оптимальных конфигураций антропоморфного манипулятора рассматривается как последовательность простых процедур (составление матриц преобразования координат, операции над матрицами и т.д.), которая уменьшает возможность ошибки и исключает применение эвристических методов решения трансцендентных уравнений. Mathcad – универсальная математическая система для численного решения различных инженерных задач с простым интерфейсом и большим набором встроенных функций. Научная новизна полученных результатов состоит в следующем:

– Впервые разработан алгоритм определения оптимальных конфигураций антропоморфного манипулятора с использованием

Mathcad. Рассмотренный метод может использоваться как на этапе проектирования, так и в процессе эксплуатации ПР.

– Усовершенствован метод анализа гибкого производства по неединственности конфигурации манипулятора, обеспечивающий наличие полюса схвата в узловых точках траектории. Применение данного метода позволяет на этапе проектирования провести численное моделирование, определить количество конфигураций манипулятора для любой точки траектории и выбрать оптимальную конфигурацию по заданному критерию качества.

– Получило дальнейшее развитие использование в качестве критерия оптимальности минимума ошибки позиционирования полюса схвата ΔP^2 . Предложенный метод позволяет определить множество конфигураций для обеспечения заданных координат и ориентации полюса схвата.

Рассмотренный пример позволяет оценить эффективность данного метода для антропоморфного манипулятора с шестью степенями подвижности и подтверждает целесообразность и эффективность использования пакета прикладных программ Mathcad для решения данного типа задач.

Результаты исследования можно применить на производстве при проектировании гибких автоматизированных систем.

Список литературы:

1. *Юревич Е.И.* Основы робототехники / *Е.И. Юревич.* – СПб.: Питер, 2005. – 252 с.
2. Основы управления манипуляционными роботами: учебник для вузов / *С.Л. Зенкевич, А.С. Ющенко.* – М.: Изд-во МГТУ им. Н.Э.Баумана, 2004. – 480 с.
3. *Колюбин С. А.* Динамика робототехнических систем. Уч. пособие / *С.А. Колюбин.* – СПб.: Университет ИТМО, 2017. – 117 с.
4. *Шахинтур М.* Курс робототехники. Пер. с англ. / *М. Шахинтур.* – М.: Мир, 1990. – 527 с.
5. *Ащепкова Н.С.* Моделирование и кинематический анализ кривошипно-шатунного механизма / *Н.С. Ащепкова* // Вісник НТУ "ХПІ". Серія: Інформатика та моделювання. – Харків: НТУ "ХПІ". – 2014. – № 62. – С. 3-12.
6. *Maxfield B.* Engineering with Mathcad: using Mathcad to create and organize your engineering calculation/ *B. Maxfield.* – Butterworth-Heinemann, 2006. – 512 p.
7. *Maxfield B.* Essential Mathcad for Engineering, Science, and Math. / *B. Maxfield.* – Academic Press, 2009. – 528 p.
8. *Fausett L.V.* Numerical methods using Mathcad / *L.V. Fausett.* – Prentice Hall, 2002. – 702 p.
9. *Ащепкова Н.С.* Метод кинематического и динамического анализа манипулятора с использованием Mathcad / *Н.С. Ащепкова* // Восточно-Европейский журнал передовых технологий – Харьков: – 2015. – № 5/7 (77). – С. 54-63.
10. *Ащепкова Н.С.* Моделювання та аналіз точності позиціонування маніпулятора / *Н.С. Ащепкова* // Вісник НТУ "ХПІ". Серія: Механіко-технологічні системи та комплекси. – Харків: НТУ "ХПІ". – 2017. – № 19 (1241). – С. 34-42.

Bibliography:

1. Jurevich, E. (2005), *Basis of robot*, SPb, Mashinostroenie, 271 p.
2. Zenkevich, S., and Yushenko, A. (2004), *Bases of control system for manipulation robots*, Publishing house of Moscow State Technical University by N. Bauman, Moscow, 480 p.
3. Kolyubin, S. (2017), *Dynamics of the robots systems*, Publishing house of ITMO University, StP, 117 p.
4. Shahinpur, M. (1990), *A robot engineering textbook*, Mir, Moscow, 527 p.
5. Ashchepkova, N. (2014), "Modelling and kinematics analysis of crank-type-piston-rod mechanism", *Herald of the National Technical University "KhPI". Subject issue: Information Science and Modelling*, Vol. 62, pp. 3-12.
6. Maxfield, B. (2006), *Engineering with Mathcad: using Mathcad to create and organize your engineering calculation*, Butterworth-Heinemann, 512 p.
7. Maxfield, B. (2009), *Essential Mathcad for Engineering, Science, and Math*, Academic Press, 528 p.
8. Fausett, L.V. (2002), *Numerical methods using Mathcad*, Prentice Hall, 702 p.
9. Ashchepkova, N. (2015), "Mathcad in the kinematic and dynamic analysis of the manipulator", *Eastern-European Journal of Enterprise Technologies*, Vol. 5/7 (77), pp. 54-63.
10. Ashchepkova, N. (2017), "Modeling and analysis of the manipulator accuracy", *Herald of the National Technical University "KhPI". Subject issue: Mechanical – Technological Systems and complexes*. Vol. 19 (1241), pp. 34-42.

Статью представила д-р техн. наук, проф. ДНУ ім. О. Гончара Сокол Г.И.

Поступила (received) 29.11.2019

Ashchepkova Natalja Sergeevna, PhD Tech.
Dnepro national university by O. Gonchar,
St. D. Halytskyi, 16/44, Dnepropetrovsk, Ukraine, 49102
Tel.+38 (066) 292-01-47, e-mail: ashchepkovanatalya@gmail.com
ORCID ID: 0000-0002-1870-1062

УДК629.7.615.3

Визначення оптимальних конфігурацій антропоморфного маніпулятора із шістьма ступенями рухливості / Ащепкова Н.С. // Вісник НТУ "ХПІ". Серія: Інформатика та моделювання. – Харків: НТУ "ХПІ". – 2019. – № 28 (1353). – С. 94 – 107.

Точність позиціонування схвату маніпулятора – один з основних показників якості роботи промислових роботів. Для багатоланкових маніпуляторів величина помилки позиціонування істотно залежить від конфігурації кінематичного ланцюга, у зв'язку із чим задача визначення й вибору оптимальних конфігурацій є актуальною як на стадії проектування, так і на стадії планування траєкторій для конкретного технологічного процесу. Іл.: 5. Бібліогр.: 10 назв.

Ключові слова: антропоморфний маніпулятор; оптимальна конфігурація; ступінь рухливості; точність позиціонування.

УДК629.7.615.3

Определение оптимальных конфигураций антропоморфного манипулятора с шестью степенями подвижности / Ащепкова Н.С. // Вестник НТУ "ХПИ". Серія: Інформатика и моделирование. – Харьков: НТУ "ХПИ". – 2019. – № 28 (1353). – С. 94 – 107.

Точность позиционирования схвата манипулятора – один из основных показателей качества работы промышленных роботов. Для многозвенных манипуляторов величина ошибки позиционирования существенно зависит от конфигурации кинематической цепи, в связи с чем задача определения и выбора оптимальных конфигураций является актуальной как на стадии проектирования, так и на стадии планирования траекторий для конкретного технологического процесса. Ил.: 5. Библиогр.: 10 назв.

Ключевые слова: антропоморфный манипулятор; оптимальная конфигурация; степень подвижности; точность позиционирования.

UDK629.7.615.3

Determination of optimal configurations of an anthropomorphic manipulator with six degrees of mobility / Ashchepkova N.S. // Herald of the National Technical University "KhPI". Series of "Informatics and Modeling". – Kharkov: NTU "KhPI". – 2019. – № 28 (1353). – P. 94 – 107.

The accuracy of the manipulator's grip positioning is one of the main indicators of the industrial robots' work quality. For multi-link manipulators, the value of the positioning error substantially depends on the kinematic chain configuration, and therefore the task of determining and choosing the optimal configurations is relevant both for the design stage and for the stage of planning trajectories for a specific technological process. Figs.: 5. Refs.: 10 titles.

Keywords: anthropomorphic manipulator; optimal configuration; degree of mobility; positioning accuracy.