

УДК 629.7.615.3

10.20998/2411-0558.2021.02.03

**М. Д. КОШОВИЙ**, д-р техн. наук, проф., каф. НАУ "ХАІ"

ім. М. Жуковського, м. Харків,

**Н. С. АЩЕПКОВА**, канд. техн. наук, доц., ДНУ ім. О. Гончара,

м. Дніпро,

**А. С. ЛУЧКО**, асп., ДНУ ім. О. Гончара, м. Дніпро

## **МЕТОД АНАЛІЗУ ПОТОЧНОГО СТАНУ ІНЕРЦІЙНИХ ХАРАКТЕРИСТИК АВТОНОМНОГО МОБІЛЬНОГО РОБОТА ЗМІНЮВАНОЇ КОНФІГУРАЦІЇ**

Розглянуто особливості динаміки автономного мобільного роботу (АМР) змінюваної конфігурації при відносному русі навісного устаткування. Аналіз поточного стану інерційних характеристик при експлуатації АМР дозволить забезпечити стійкий рух вздовж заданої траєкторії, успішне виконання навісним обладнанням технологічних операцій та збереження функціональності робота при діях в наперед невизначених або екстремальних умовах. На етапі проектування аналіз інерційних характеристик АМР дозволить уточнити параметри математичної моделі, вдосконалити алгоритми адаптивного керування та скорегувати команди на виконавчі пристрої. Іл.: 2. Табл.: 2. Бібліогр.: 10 назв.

**Ключові слова:** автономний мобільний робот, інерційні характеристики.

**Постановка проблеми.** Розширення сфери застосування та ускладнення завдань для сучасних автономних мобільних роботів (АМР) обумовлює наявність елементів конструкції, рухливих відносно платформи робота: маніпулятор, щуп, бур, ківш і т.п. При експлуатації АМР ці елементи рухаються відносно платформи, змінюючи геометрію мас системи. Складання АМР з рухливими елементами за агрегатно-модульним методом обумовлює пристосування конструкції для потреб користувача. Для ефективного застосування таких АМР система керування повинна передбачати алгоритми самоідентифікації для уточнення динамічних властивостей об'єкта керування. Особливості динаміки АМР змінюваної конфігурації при русі елементів конструкції відносно платформи обумовлені: зміною положення центра мас системи та сумірністю недіагональних і діагональних елементів тензора інерції, обчислених відносно осей базової системи координат, пов'язаної із центром мас платформи АМР.

При виконанні технологічних операцій система керування повинна корегувати команди на виконавчі приводи з врахуванням поточного стану інерційних характеристик АМР змінюваної конфігурації. Зміна розподілу мас АМР відносно зв'язаною з платформою базовою системою координат

обумовлює взаємозв'язок каналів керування та додаткові вмикання системи керування для самоідентифікації динамічної системи, синтезу алгоритмів адаптивного керування та генерації команд-компенсацій. Якщо АМР змінюваної конфігурації використовується в наперед невизначених або екстремальних умовах зовнішнього середовища, то на параметри роботи системи керування накладаються додаткові обмеження. При експлуатації АМР змінюваної конфігурації додаткові вмикання системи керування можуть привести до додаткових втрат енергії, що зменшує функціональність робота та загрожує його "працездатності".

Аналіз поточного стану інерційних характеристик АМР змінюваної конфігурації дозволить забезпечити усталений рух АМР вздовж заданої траєкторії, успішне виконання технологічних операцій навісним обладнанням АМР та збереження функціональності робота при діях в наперед невизначених або екстремальних умовах. Визначення інерційних характеристик АМР з рухливими елементами конструкції у реальному часі дозволить здійснити синтез керуючих впливів з врахуванням взаємозв'язку каналів керування.

Таким чином, розробка програмного методу аналізу поточного стану інерційних характеристик АМР змінюваної конфігурації є актуальною науково-прикладною задачею.

**Аналіз літератури.** Для робіт в екстремальних умовах застосовуються дистанційно керовані АМР з рухливими елементами конструкції. Прикладом таких елементів конструкції може бути маніпулятор, спеціалізоване устаткування або рухливе навісне устаткування: щуп, бур, ківш і т.п. При експлуатації АМР ці елементи рухаються відносно платформи, змінюючи геометрію мас системи [1, 2].

При переміщенні АМР змінюваної конфігурації по заданому маршруту система керування має забезпечити мінімальне відхилення центру мас платформи від заданої траєкторії [1]. При цьому керуючі моменти направлені вздовж осей системи координат, зв'язаної з платформою АМР. При відносному русі елементів конструкції АМР змінюваної конфігурації його головні центральні осі інерції не співпадають з осями системи координат зв'язаної з платформою АМР. Як наслідок, тензор інерції АМР в системі координат, зв'язаній з платформою, недиагональний і нестационарний. В [3] надано оцінку елементів тензора інерції АМР із маніпулятором при різній конфігурації їхнього взаємного положення для маніпуляторів, маса яких з вантажем складає 10 % – 20 % від маси платформи АМР. Результати наведені в [3] доводять необхідність аналізу поточного стану інерційних характеристик при моделюванні динаміки та формуванні керуючих впливів для АМР змінюваної конфігурації. В [3] проведено оцінку елементів тензора

інерції АМР із маніпулятором при різній конфігурації їхнього взаємного положення, якщо маса маніпулятора з вантажем становить 10 % ÷ 20 % від маси платформи АМР. Аналіз моментів інерції системи АМР з маніпулятором доводить, що значення відцентрових моментів інерції системи при відносному русі маніпулятора сумірні значенням осьових моментів інерції системи, навіть якщо маса рухомих елементів конструкції менша ніж 10 % від маси платформи. Тобто в загальному випадку не можна вважати тензор інерції такої системи діагональним.

В [4] зазначено, що особливістю динаміки АМР з маніпулятором, як системи тіл, є:

– зміна положення центра мас системи при відносному русі маніпулятора,

– сумірність недиагональних і діагональних елементів тензора інерції, обчислених відносно осей базової системи координат  $CX_cY_cZ_c$ , пов'язаної із центром мас платформи АМР.

При експлуатації АМР рухливі елементи конструкції виконують технологічні операції переміщення об'єкту маніпулювання (вантаж, інструмент, контрольно-вимірювальні прилади) за заданим законом руху [1, 2]. Залежно від призначення на різних ділянках траєкторії такі АМР можуть змінювати геометричні розміри, форму, розподіл мас [1, 2]. Ці особливості слід врахувати на етапі проектування і складання математичної моделі [1, 2, 5, 6].

АМР з рухливими елементами конструкції є складною механічною системою. Навісне устаткування – перенесені тіла, платформа – несуче тіло [5]. Моменти інерції рухливих елементів конструкції є функціями від узагальнених координат [1, 2, 5, 6]. Для визначення інерційних характеристик механічної системи "АМР з рухливими елементами конструкції" необхідно розрахувати відцентрові і осьові моменти інерції відносно заданої системи координат [1, 2]. Моменти інерції складної системи обчислюють підсумовуючи моменти інерції частин цієї системи [5, 6]. Тензором інерції системи називають матрицю складену з осьових і відцентрових моментів інерції відносно заданих декартових систем координат [5, 6].

Для обчислень інерційних характеристик механічної системи "АМР з рухливими елементами конструкції" доцільно застосовувати методи векторного и матричного аналізу [7]. Результати аналогічного дослідження для космічного апарату з маніпулятором наведено в [8], для АМР з маніпулятором – в [3].

Для реалізації програмного методу аналізу поточного стану інерційних характеристик механічної системи "АМР з рухливими елементами конструкції" можна використати мови програмування

(*Pascal, C*) або математичні пакети (*Matlab, Mathcad*). Чисельні методи рішення інженерних завдань реалізуються в середовищі прикладних програм *Mathcad* [9, 10], яке характеризується можливістю рішення алгебраїчних лінійних і нелінійних рівнянь, диференціальних рівнянь і систем; виконанням операцій з векторами, матрицями і поліномами [9, 10].

**Мета дослідження.** Метою роботи є підвищення ефективності використання АМР змінюваної конфігурації при роботі в наперед невизначених або екстремальних умовах: забезпечення усталеного руху АМР вздовж заданої траєкторії, успішне виконання технологічних операцій навісним обладнанням АМР та збереження функціональності робота.

**Матеріали та методи дослідження.** Сформульовані в роботі висновки, наукові припущення й рекомендації базуються на фундаментальних положеннях векторної алгебри, теоретичної механіки та теорії диференціальних рівнянь [5 – 7].

**Об'єкт дослідження.** Об'єктом дослідження є агрегатно-модульний АМР з рухливими елементами. Маса рухливих елементів складає 10 % ÷ 20 % від маси платформи АМР. Як приклад, для визначеності обрана конструкція, яка складається з чотирьохколісної повнопривідної платформи, рухливого інформаційно-вимірювального обладнання та навісного устаткування – ковша. Схема конструкції АМР із рухливими елементами наведена на рис. 1.

Інформаційно-вимірювальне обладнання встановлено на кільці, що обертається навколо вісі  $O_1Z_1$  на кут  $q_1(t)$ . При виконанні технологічних операцій інформаційно-вимірювальне обладнання відхиляється на кут  $q_2(t)$  відносно вісі  $O_2Y_2$ . Система керування забезпечує програмний рух точки  $P_I$  – полюсу інформаційно-вимірювального обладнання. Навісне устаткування – ківш має три ступеня рухливості, система керування забезпечує керований рух і точність позиціонування точки  $P_K$  – полюсу навісного устаткування. Для конструкції, представленої на рис. 1, приймемо, що узагальнена координата  $q_3(t)$  змінюється навколо осі  $O_3Z_3$ , а узагальнені координати  $q_i(t)$  ( для  $i = 4, 5$ ) – навколо осей  $O_iY_i$ .

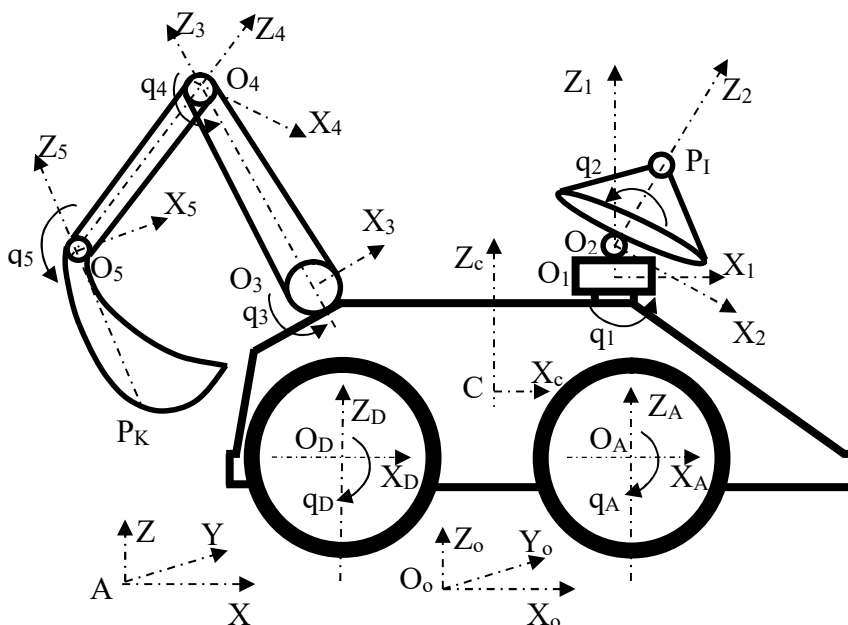


Рис. 1. Схема конструкції АМР з рухливими елементами

Уведемо наступні праві системи координат (рис. 1):

$AXYZ$  – інерціальна система координат.

$CX_cY_cZ_c$  – рухлива базова система координат. Початок відліку сполучений із крапкою  $C$  – центром мас платформи. Осі паралельні головним центральним осям інерції платформи АМР. Вісь  $CZ_c$  – перпендикулярна площині руху платформи, збігається з місцевою вертикаллю й спрямована вгору,  $CX_c$  розташована в площині руху платформи й спрямована в сторону руху, вісь  $CY_c$  розташована в площині руху платформи й доповнює систему координат до правої.

$OX_0Y_0Z_0$  – рухлива система координат. Початок відліку сполучений із крапкою  $O$  – центром мас системи тіл. Осі паралельні осям системи координат  $CX_cY_cZ_c$ .

$O_1X_1Y_1Z_1$  – зв'язана рухлива система координат. Початок відліку сполучений із крапкою  $O_1$  – центром мас кільця. Осі збігаються з головними центральними осями інерції кільця. У початковому положенні кільця осі систем координат  $O_1X_1Y_1Z_1$  паралельні осям системи координат  $CX_cY_cZ_c$ .

$O_2X_2Y_2Z_2$  – зв'язана рухлива система координат. Початок відліку сполучений із крапкою  $O_2$  – центром мас диску. Осі збігаються з головними центральними осями інерції диску. У початковому положенні

диску осі систем координат  $O_2X_2Y_2Z_2$  паралельні осям системи координат  $O_1X_1Y_1Z_1$ .

$O_iX_iY_iZ_i$  (для  $i = 3, 4, 5$ ) – зв'язані рухливі системи координат. Початок відліку сполучений із крапкою  $O_i$  – центром кінематичної пари. Осі  $O_iZ_i$  збігаються з поздовжніми осями ланок ковша. У початковому положенні ланок ковша осі систем координат  $O_iX_iY_iZ_i$  паралельні осям системи координат  $CX_cY_cZ_c$ .

Припустимо, що при виконанні АМР технологічних операцій рух ковша здійснюється при зупиненій платформі як послідовність переміщень по узагальненим координатам  $q_3(t), q_4(t), q_5(t)$ . При русі АМР вздовж траєкторії інформаційне обладнання обертається за заданим законом по узагальненим координатам  $q_1(t), q_2(t)$ . Точки  $O_1$  та  $O_3$  – точки стикування інформаційного обладнання та ковша з платформою.

**Програмний метод аналізу поточного стану інерційних характеристик АМР складається з наступних етапів:**

- визначення поточного стану зв'язаних рухливих систем координат для кожного перенесеного тіла;
- складання послідовності поворотів та паралельних переносів для суміщення кожної рухливої системи координат з базовою;
- формування матриці кутів для суміщення кожної рухливої системи координат з базовою;
- вимірювання поточного стану узагальнених координат;
- обчислення моментів інерції перенесеного тіла відносно зв'язаною з ним рухливою системою координат;
- перерахунок елементів тензора інерції перенесеного тіла в базову систему координат за допомогою формул перетворення координат і теореми Штейнера;
- обчислення моментів інерції складної системи у базовій системі координат підсумовуючи моменти інерції частин цієї системи;
- формування тензору інерції системи "АМР з рухливими елементами конструкції" у базовій системі координат;
- аналіз недиагональності тензору інерції системи "АМР з рухливими елементами конструкції" у базовій системі координат.

Моменти інерції рухливих елементів конструкції є функціями від узагальнених координат. Для АМР з рухливими елементами конструкції матриці кутів для кожної ротаційної кінематичної пари, закони зміни узагальнених координат, параметри приводів, характеристики кінематичних пар, геометричні розміри визначаються на етапі проектування. Ці дані використовуються системою керування на етапі самоідентифікації для визначення поточного стану конструкції АМР.

За законом зміни узагальнених координат у момент часу  $t_j$  визначається заплановане значення кожної координати  $q_{i\text{пл}}(t_j)$ . Заплановане  $q_{i\text{пл}}(t_j)$  значення уточнюється на основі інформації з датчиків зворотного зв'язку та з врахуванням обмежень у приводах і конструкціях кінематичних пар (люфт, тертя і т.п.). Для алгоритму розрахунку інерційних характеристик АМР з рухливими елементами конструкції використовується уточнене фактичне значення кожної узагальненої координати  $q_{i\text{факт}}(t_j)$ . Відцентрові і осьові моменти інерції АМР з рухливими елементами конструкції відносно осей базової системи координат  $CX_cY_cZ_c$  залежать від часу і значень узагальнених координат. Таким чином, отримані інерційні характеристики відносно базової системи координат відповідають поточному стану розташування рухливих елементів відносно платформ АМР.

Запропонований метод аналізу інерційних характеристик дозволяє дослідити недіагональність і нестационарність тензору інерції АМР з рухливими елементами конструкції. Авторами розроблено програмне забезпечення, яке дозволяє програмно в реальному часі визначити залежність значень елементів тензору АМР змінюваної конфігурації від значень узагальнених координат рухомих елементів конструкції; оцінити залежність значень елементів тензору АМР змінюваної конфігурації від співвідношення маси платформи АМР та маси рухомих елементів конструкції; проаналізувати недіагональність і нестационарність тензору інерції АМР змінюваної конфігурації.

Розглянемо реалізацію програмного методу аналізу поточного стану інерційних характеристик АМР з застосуванням *Mathcad*. Програмне середовище *Mathcad* дозволяє автоматизовано провести кінематичний та динамічний аналіз [10]. Кінематичний та динамічний аналіз маніпулятора здійснимо з урахуванням потужності приводів, коефіцієнтів тертя, особливостей конструкції й характеристик кінематичних пар.

Проілюструємо застосування даного методу на прикладі АМР змінюваної конфігурації, розрахункова схема якого представлена на рис. 1. При аналізі інерційних характеристик АМР змінюваної конфігурації припустимо наступне:

– платформа АМР – абсолютно тверде жорстке тіло (рис. 2) з рівномірним розподілом маси із щільністю  $\rho = 2,7 \text{ г/см}^3$ ;

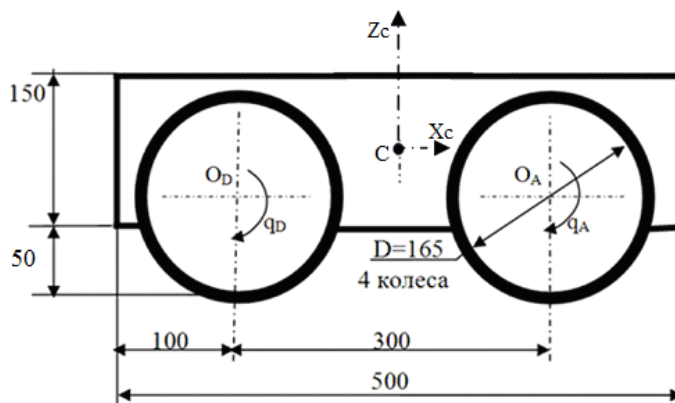


Рис. 2. Розрахункова модель платформи автономного мобільного робота.

– мотор-колеса діаметром  $D = 165$  мм товщиною  $b = 50$  мм, масою 2800 г;

– масою кінематичних пар можна знехтувати;

– ланки ковша абсолютно тверді жорсткі стрижні діаметром  $d = 50$  мм, з рівномірним розподілом маси із щільністю  $\rho = 2,7$  г/см<sup>3</sup>, довжиною  $O_5P_k = 100$  мм,  $O_4O_5 = 300$  мм,  $O_3O_4 = 200$  мм;

– маси ланок ковша зосереджені в кінематичних парах, тобто у точках  $O_3$ ,  $O_4$  і  $O_5$  відповідно;

– перша ланка інформаційно-вимірювального обладнання абсолютно твердий жорсткий диск діаметром  $D_1 = 100$  мм висотою  $h_1 = 50$  мм, з рівномірним розподілом маси із щільністю  $\rho = 2,7$  г/см<sup>3</sup>;

– друга ланка інформаційно-вимірювального обладнання абсолютно твердий жорсткий диск діаметром  $D_2 = 200$  мм висотою  $h_2 = 50$  мм, з рівномірним розподілом маси із щільністю  $\rho = 2,7$  г/см<sup>3</sup>;  $O_1O_2 = 50$  мм;

– закон зміни узагальнених координат:  $q_i(t) = 0.03 \frac{t^2}{2} - 0.003t + q_{i0}$ ;

– початкові положення узагальнених координат

$$q_1(0) = q_4(0) = \frac{\pi}{180}, \quad q_2(0) = q_3(0) = q_5(0) = \frac{\pi}{6};$$

– координати полюсу навісного устаткування в початковий момент часу  $P_K(0; 0; -100)$  у системі координат  $X_5Y_5Z_5$ ;

– координати полюсу інформаційного обладнання в початковий момент часу  $P_I(0; 0; 50)$  у системі координат  $X_2Y_2Z_2$ ;

– узагальнені координати мають конструктивні обмеження

$$q_1(t) \in \left[ \frac{\pi}{180}; \frac{15\pi}{8} \right], \quad q_2(t) \in \left[ \frac{\pi}{180}; \frac{2\pi}{3} \right], \quad q_3(t) \in \left[ \frac{\pi}{180}; \frac{2\pi}{3} \right], \quad q_4(t) \in \left[ \frac{\pi}{180}; \frac{2\pi}{3} \right],$$



$$q_5(t) \in \left[ \frac{\pi}{180}; \frac{15\pi}{8} \right].$$

Головні центральні осі інерції платформи АМР утворюють базову систему координат  $CX_cY_cZ_c$ , при цьому  $CX_c$  – поздовжня вісь корпусу, точка С – центр мас платформи АМР. Моменти інерції платформи АМР відносно базової системи координат дорівнюють:  $I_{xx} = 3,586 \times 10^6$  г·см<sup>2</sup>;  $I_{yy} = 1,15 \times 10^7$  г·см<sup>2</sup>;  $I_{zz} = 1,318 \times 10^7$  г·см<sup>2</sup>;  $I_{xy} = I_{xz} = I_{yz} = 0$ . Маса платформи становить 50,625 кг, маса кожного колеса 2,8 кг, маса навантаження у ковші 3 кг. Моменти інерції платформи АМР з колесами відносно базової системи координат дорівнюють:  $I_{xx} = 6,544 \times 10^6$  г·см<sup>2</sup>;  $I_{yy} = 1,407 \times 10^7$  г·см<sup>2</sup>;  $I_{zz} = 1,822 \times 10^7$  г·см<sup>2</sup>;  $I_{xy} = I_{xz} = I_{yz} = 0$  і не залежать від переміщення навісного устаткування.

Обчислимо моменти інерції кожного рухомого елемента конструкції АМР відносно зв'язаної системи координат з застосуванням пакету прикладних програм *Mathcad*. Результати розрахунків наведено в табл. 1.

Таблиця 1

Моменти інерції рухомих елементів конструкції АМР у зв'язаних системах координат

Моменти інерції	Навісне устаткування			Інформаційне обладнання	
	П'ята ланка	Четверта ланка	Третя ланка	Друга ланка	Перша ланка
	зв'язана система координат $O_5X_5Y_5Z_5$	зв'язана система координат $O_4X_4Y_4Z_4$	зв'язана система координат $O_3X_3Y_3Z_3$	зв'язана система координат $O_2X_2Y_2Z_2$	зв'язана система координат $O_1X_1Y_1Z_1$
$I_{xx}$ , г·см <sup>2</sup>	$1,43 \times 10^5$	$4,796 \times 10^5$	$1,43 \times 10^5$	$1,414 \times 10^5$	$1,546 \times 10^4$
$I_{yy}$ , г·см <sup>2</sup>	$1,43 \times 10^5$	$4,796 \times 10^5$	$1,43 \times 10^5$	$1,414 \times 10^5$	$1,546 \times 10^4$
$I_{zz}$ , г·см <sup>2</sup>	$3,313 \times 10^3$	$4,97 \times 10^3$	$3,313 \times 10^3$	$2,121 \times 10^5$	$1,325 \times 10^4$
$I_{xy}$ , г·см <sup>2</sup>	0	0	0	0	0
$I_{zy}$ , г·см <sup>2</sup>	0	0	0	0	0
$I_{xz}$ , г·см <sup>2</sup>	0	0	0	0	0

Переміщення кожного рухомого елемента конструкції відносно платформи АМР можна представити як послідовність поворотів та паралельних переносів [6 – 8].

Для обраного прикладу конструкції АМР матриці кутів для кожної ротаційної кінематичної пари мають вигляд:

$$T_4^5(t) = \begin{bmatrix} q_5(t) & 90^\circ & 90^\circ - q_5(t) \\ 90^\circ & 0^\circ & 90^\circ \\ 90^\circ + q_5(t) & 90^\circ & q_5(t) \end{bmatrix};$$

$$T_3^4(t) = \begin{bmatrix} q_4(t) & 90^\circ & 90^\circ - q_4(t) \\ 90^\circ & 0^\circ & 90^\circ \\ 90^\circ + q_4(t) & 90^\circ & q_4(t) \end{bmatrix};$$

$$T_C^3(t) = \begin{bmatrix} q_3(t) & 90^\circ & 90^\circ - q_3(t) \\ 90^\circ & 0^\circ & 90^\circ \\ 90^\circ + q_3(t) & 90^\circ & q_3(t) \end{bmatrix};$$

$$T_1^2(t) = \begin{bmatrix} q_2(t) & 90^\circ - q_2(t) & 90^\circ \\ 90^\circ + q_2(t) & q_2(t) & 90^\circ \\ 90^\circ & 90^\circ & 0^\circ \end{bmatrix};$$

$$T_C^1(t) = \begin{bmatrix} q_1(t) & 90^\circ - q_1(t) & 90^\circ \\ 90^\circ + q_1(t) & q_1(t) & 90^\circ \\ 90^\circ & 90^\circ & 0^\circ \end{bmatrix}.$$

Програма може неперервно в автоматичному режимі або за командою розраховувати елементи тензору інерції АМР змінюваної конфігурації відносно зв'язаної системи координат  $CX_cY_cZ_c$ . Результати розрахунків значень елементів тензору АМР змінюваної конфігурації в залежності від значень узагальнених координат рухомих елементів конструкції наведено в табл. 2.

В результаті проведеного дослідження доведено, що тензор інерції АМР змінюваної конфігурації в базовій системі координат недиагональний і нестационарний. Особливістю об'єктів даного класу є сумірність відцентрових і осьових моментів інерції відносно пов'язаної з платформою АМР системою координат. Значення елементів тензору АМР змінюваної конфігурації нелінійно залежать від значень узагальнених координат рухомих елементів конструкції (табл. 2). Моменти інерції АМР змінюваної конфігурації відносно базової системи координат  $CX_cY_cZ_c$  нелінійно і не пропорційно залежать від співвідношення маси платформи АМР та маси рухомих елементів конструкції.

Аналіз моментів інерції АМР змінюваної конфігурації дозволяє зробити наступні висновки:

- при русі перенесених тіл відносно платформи АМР тензор інерції системи недиагональний і нестационарний;
- значення відцентрових моментів інерції системи при відносному

русі перенесених тіл сумірні значенням осьових моментів інерції системи В загальному випадку не можна вважати тензор інерції такої системи діагональним;

– недіагональні елементи тензора інерції спричиняють взаємний вплив рухів системи по координатах  $x$ ,  $y$  і  $z$ , описуваних нелінійними рівняннями обертання відносно центра мас.

Таблиця 2

Моменти інерції АМР змінюваної конфігурації відносно зв'язаної системи координат  $CX_cY_cZ_c$  ( $\text{г}\cdot\text{см}^2$ ) в залежності від значень узагальнених координат рухомих елементів конструкції

Значення узагальнених координат, рад	Платформа АМР з колесами та ковшем	Платформа АМР з колесами та інформаційним обладнанням	Платформа АМР з колесами, ковшем та вантажем	Платформа АМР з колесами, ковшем та інформаційним обладнанням	Платформа АМР з колесами, ковшем, вантажем та інформаційним обладнанням
$q_1(0)=0,017$ $q_2(0)=0,524$ $q_3(0)=0,524$ $q_4(0)=0,017$ $q_5(0)=0,524$	$I_{xx}=7,41\times 10^6$ $I_{yy}=1,72\times 10^7$ $I_{zz}=2,05\times 10^7$ $I_{xy}=1,02\times 10^6$ $I_{yz}=2,34\times 10^6$ $I_{xz}=5,55\times 10^5$	$I_{xx}=7,02\times 10^6$ $I_{yy}=1,46\times 10^7$ $I_{zz}=1,84\times 10^7$ $I_{xy}=3,38\times 10^5$ $I_{yz}=-1,85\times 10^3$ $I_{xz}=1,06\times 10^5$	$I_{xx}=9,26\times 10^6$ $I_{yy}=1,82\times 10^7$ $I_{zz}=2,24\times 10^7$ $I_{xy}=1,79\times 10^5$ $I_{yz}=3,14\times 10^6$ $I_{xz}=6,28\times 10^4$	$I_{xx}=7,89\times 10^6$ $I_{yy}=1,77\times 10^7$ $I_{zz}=2,07\times 10^7$ $I_{xy}=1,36\times 10^6$ $I_{yz}=2,34\times 10^6$ $I_{xz}=6,61\times 10^5$	$I_{xx}=9,74\times 10^6$ $I_{yy}=1,87\times 10^7$ $I_{zz}=2,26\times 10^7$ $I_{xy}=5,17\times 10^5$ $I_{yz}=3,14\times 10^6$ $I_{xz}=1,69\times 10^5$
$q_1(2)=0,071$ $q_2(2)=0,578$ $q_3(2)=0,578$ $q_4(2)=0,071$ $q_5(2)=0,578$	$I_{xx}=7,33\times 10^6$ $I_{yy}=1,71\times 10^7$ $I_{zz}=2,05\times 10^7$ $I_{xy}=1,11\times 10^6$ $I_{yz}=2,34\times 10^6$ $I_{xz}=5,54\times 10^5$	$I_{xx}=7,01\times 10^6$ $I_{yy}=1,46\times 10^7$ $I_{zz}=1,84\times 10^7$ $I_{xy}=3,46\times 10^5$ $I_{yz}=-8,23\times 10^3$ $I_{xz}=1,16\times 10^5$	$I_{xx}=1,21\times 10^7$ $I_{yy}=1,97\times 10^7$ $I_{zz}=2,58\times 10^7$ $I_{xy}=-1,31\times 10^6$ $I_{yz}=4,29\times 10^6$ $I_{xz}=-7,24\times 10^5$	$I_{xx}=7,80\times 10^6$ $I_{yy}=1,76\times 10^7$ $I_{zz}=2,07\times 10^7$ $I_{xy}=1,45\times 10^6$ $I_{yz}=2,33\times 10^6$ $I_{xz}=6,70\times 10^5$	$I_{xx}=1,25\times 10^7$ $I_{yy}=2,02\times 10^7$ $I_{zz}=2,60\times 10^7$ $I_{xy}=-9,67\times 10^5$ $I_{yz}=4,29\times 10^6$ $I_{xz}=-6,08\times 10^5$
$q_1(4)=0,245$ $q_2(4)=0,752$ $q_3(4)=0,752$ $q_4(4)=0,245$ $q_5(4)=0,752$	$I_{xx}=7,20\times 10^6$ $I_{yy}=1,70\times 10^7$ $I_{zz}=2,05\times 10^7$ $I_{xy}=1,20\times 10^6$ $I_{yz}=2,34\times 10^6$ $I_{xz}=5,53\times 10^5$	$I_{xx}=6,99\times 10^6$ $I_{yy}=1,46\times 10^7$ $I_{zz}=1,84\times 10^7$ $I_{xy}=3,73\times 10^5$ $I_{yz}=-3,52\times 10^4$ $I_{xz}=1,41\times 10^5$	$I_{xx}=1,50\times 10^7$ $I_{yy}=1,99\times 10^7$ $I_{zz}=2,72\times 10^7$ $I_{xy}=-1,10\times 10^7$ $I_{yz}=5,71\times 10^6$ $I_{xz}=-7,91\times 10^5$	$I_{xx}=7,65\times 10^6$ $I_{yy}=1,75\times 10^7$ $I_{zz}=2,07\times 10^7$ $I_{xy}=1,58\times 10^6$ $I_{yz}=2,30\times 10^6$ $I_{xz}=6,94\times 10^5$	$I_{xx}=1,54\times 10^7$ $I_{yy}=2,04\times 10^7$ $I_{zz}=2,74\times 10^7$ $I_{xy}=-7,26\times 10^5$ $I_{yz}=5,68\times 10^6$ $I_{xz}=-6,50\times 10^5$
$q_1(8)=0,953$ $q_2(8)=1,460$ $q_3(8)=1,460$ $q_4(8)=0,953$ $q_5(8)=1,460$	$I_{xx}=6,66\times 10^6$ $I_{yy}=1,65\times 10^7$ $I_{zz}=2,05\times 10^7$ $I_{xy}=1,28\times 10^6$ $I_{yz}=2,34\times 10^6$ $I_{xz}=5,54\times 10^5$	$I_{xx}=6,90\times 10^6$ $I_{yy}=1,45\times 10^7$ $I_{zz}=1,83\times 10^7$ $I_{xy}=4,63\times 10^5$ $I_{yz}=-1,72\times 10^5$ $I_{xz}=1,22\times 10^5$	$I_{xx}=1,82\times 10^7$ $I_{yy}=2,94\times 10^7$ $I_{zz}=2,58\times 10^7$ $I_{xy}=3,86\times 10^6$ $I_{yz}=6,72\times 10^6$ $I_{xz}=6,19\times 10^6$	$I_{xx}=7,01\times 10^6$ $I_{yy}=1,70\times 10^7$ $I_{zz}=2,05\times 10^7$ $I_{xy}=1,74\times 10^6$ $I_{yz}=2,17\times 10^6$ $I_{xz}=6,76\times 10^5$	$I_{xx}=1,86\times 10^7$ $I_{yy}=2,98\times 10^7$ $I_{zz}=2,59\times 10^7$ $I_{xy}=4,32\times 10^6$ $I_{yz}=6,55\times 10^6$ $I_{xz}=6,31\times 10^6$

Наявність недіагональних елементів тензору інерції обумовлює спрямованість векторів керуючих моментів уздовж осей базової системи координат, а не по головних центральних осях інерції системи АМР

змінюваної конфігурації. При цьому керуючий момент, що діє навколо окремо обраної осі базової системи координат, викликає обертання АМР змінюваної конфігурації щодо інших зв'язаних осей.

Запропонований програмний метод аналізу поточного стану інерційних характеристик АМР змінюваної конфігурації можна застосовувати у алгоритмах самоідентифікації об'єкту керування, наприклад при агрегатно-модульній конструкції АМР. Використання запропонованого методу дозволяє програмно (у реальному часі) уточнити динамічні властивості АМР змінюваної конфігурації, встановити взаємозв'язок каналів керування, здійснити синтез алгоритмів адаптивного керування та генерацію команд-компенсацій.

**Висновки.** Актуальність розглянутої науково-прикладної задачі обумовлена розширенням області застосування маніпуляторів і АМР агрегатно-модульного типу. Розглянуто особливості динаміки АМР змінюваної конфігурації при відносному русі навісного устаткування. Запропоновано програмний метод аналізу поточного стану інерційних характеристик АМР змінюваної конфігурації.

Наукова новизна отриманих результатів полягає в наступному:

– Уперше представлено програмний метод аналізу поточного стану інерційних характеристик АМР змінюваної конфігурації.

– Удосконалено метод математичного моделювання динаміки АМР змінюваної конфігурації. Застосування даного методу дозволяє програмно (у реальному часі) уточнити динамічні властивості АМР змінюваної конфігурації, та враховувати недіагональність і нестационарність тензору інерції відносно базової системи координат при моделюванні динаміки.

– Одержало подальший розвиток метод адаптивного керування. Використання запропонованого методу дозволяє програмно (у реальному часі) уточнити динамічні властивості АМР змінюваної конфігурації, встановити взаємозв'язок каналів керування, здійснити синтез алгоритмів адаптивного керування та генерацію команд – компенсацій для заощадження енерговитрат і збереження "працездатності" робота.

Аналіз поточного стану інерційних характеристик при експлуатації АМР дозволить забезпечити усталений рух вздовж заданої траєкторії, успішне виконання навісним обладнанням технологічних операцій та збереження функціональності робота при діях в наперед невизначених або екстремальних умовах. Застосування запропонованого методу дозволить уточнити параметри математичної моделі, вдосконалити алгоритми адаптивного керування, скорегувати команди на виконавчі пристрої і обумовлює підвищення експлуатаційних характеристик АМР.

**Список літератури:**

1. Юревич Е.И. Основы робототехники: учеб. пособие / Е.И. Юревич. – СПб.: БХВ-Петербург, 2017. – 304 с.
2. Колюбин С.А. Динамика робототехнических систем. Уч. пособие / С.А. Колюбин. – СПб.: Университет ИТМО, 2017. – 117 с.
3. Ащепкова Н.С. Аналіз недиагональності і нестационарності тензору інерції автономного мобільного робота / Н.С. Ащепкова., О.В. Збруцький, О.В. Биценко // Механіка гіроскопічних систем. – Київ: НТУУ "КПІ". – 2020. – № 39. – С. 24-34.
4. Ащепкова Н.С. Метод синтезу оптимальних траєкторій схвату маніпулятора автономного мобільного робота / Н.С. Ащепкова, М.Д. Кошовий // Вісник НТУ "ХПІ". Серія: Інформатика та моделювання. – Харків: НТУ "ХПІ". – 2021. – № 1 (5). – С. 86-98.
5. Никитин Н.Н. Курс теоретической механики. Учебн. для ВУЗов / Н.Н. Никитин. – М.: Лань, 2010. – 720 с.
6. Березін Л.М. Теоретична механіка. Навч. посібник / Л.М. Березін, С.О. Кошель. – Київ: Центр навчальної літератури, 2019. – 218 с.
7. Френкель Я.И. Курс теоретической механики на основе векторного и тензорного анализа / Я.И. Френкель. – М.: Ленанд, 2016. – 440 с.
8. Ащепкова Н.С. Инерционные характеристики малогабаритного космического аппарата с манипулятором / Н.С. Ащепкова, Ю.Д. Шептун // Приднепровский научный вестник. Машиностроение. – Дніпропетровськ: – 1997. – № 45 (56), ч. I. – С. 11-17.
9. Fausett L.V. Numerical methods using Mathcad / L.V. Fausett. – Prentice Hall, 2002. – 702 p.
10. Maxfield B. Engineering with Mathcad: using Mathcad to create and organize your engineering calculation / B. Maxfield. – Butterworth-Heinemann, 2006. – 512 p.

**References:**

1. Jurevich, E. (2017), Basis of robot, *BHV* – Petersburg, St. Petersburg, 304 p.
2. Kolyubin, S. (2017), Dynamics of the robots systems, *Publishing house of ITMO University*, St. Petersburg, 117 p.
3. Ashchepkova, N.S., Zbrutsky, A.V. and Bicencko O.V. (2020), "Analysis of non-diagonality and nonstationarity of the inertia tensor of an autonomous mobile robot", *Herald of the National Technical University "KPI". Subject issue: Mechanics of gyroscopic systems*, Vol. 39, pp. 24-34.
4. Koshevoy, N.D., Ashchepkova, N.C. and Luchko A.S. (2021), "Method of synthesis of optimal grip trajectories of a manipulator of an autonomous mobile robot", *Herald of the National Technical University "KhPI". Subject issue: Information Science and Modelling*, № 1 (5), pp. 86-98.
5. Nikitin, N. (2010), *Course of theoretical mechanics*, Lan, Moscow, 720 p.
6. Berezin, L.M. and Koshel', S.O. (2019), *Theoretical mechanics*, Center for Educational Literature, Kyiv, 218 p.
7. Frenkel, J.I. (2016), *The course of theoretical mechanics is based on vector and tensor analysis*, Lenand, Moscow, 440 p.
8. Ashchepkova, N.S. and Sheptun, Yu.D. (1997), "Inertial characteristics of a small spacecraft with a manipulator", *Pridneprovsky scientific bulletin. Mechanical engineering*, Dnepropetrovsk, № 45 (56), Vol. 1., pp. 11-17.

9. Fausett, L.V. (2002), *Numerical methods using Mathcad*, Prentice Hall, 702 p.  
10. Maxfield, B. (2006), *Engineering with Mathcad: using Mathcad to create and organize your engineering calculation*, Butterworth-Heinemann, 512 p.

*Статтю представил д-р техн. наук, проф. ДНУ ім. О. Гончара Давидов С.О.*

*Надійшла (received) 30.11.2021*

Koshevoy Nicolay Dmitrievich  
Dr. Tech. Sci., Professor  
Department of Intelligent Visual  
Systems and Engineering of Quality  
National Aerospace University  
"Kharkov Aviation Institute"  
str. Chkalov, 17, Kharkov, Ukraine, 61070  
E-mail: kafedraapi@ukr.net  
Contact tel.: 050-76-90-92  
ORCID: [http:// orcid.org/0000-0001-9465-4467](http://orcid.org/0000-0001-9465-4467)

Ashhepkova Natalja Sergeevna,  
PhD, Associate professor  
Department of Mechanotronics  
Oles Honchar Dnipro National University  
Ave. Gagarin, 72, Dnipro, Ukraine, 49010  
E-mail: ashhepkovanatalya@gmail.com  
Contact tel.: (068)219-64-90,  
ORCID: <http://orcid.org/0000-0002-1870-1062>

Luchko Andrii Sergeevich,  
Graduate student  
Department of Mechanotronics  
Oles Honchar Dnipro National University  
Ave. Gagarin, 72, Dnipro, Ukraine, 49010  
E-mail: spamboxandrey@gmail.com  
Contact tel.: 8 (066) 193-38-08,  
ORCID: <http://orcid.org/0000-0003-2431-5619>

УДК 629.7.615.3

**Метод аналізу поточного стану інерційних характеристик автономного мобільного робота змінюваної конфігурації / Кошовий М.Д., Ащепкова Н.С., Лучко А.С. // Вісник НТУ "ХПІ". Серія: Інформатика та моделювання. – Харків: НТУ "ХПІ". – 2021. – № 2 (6). – С. 5 – 19.**

Розглянуто особливості динаміки автономного мобільного роботу (АМР) змінюваної конфігурації при відносному русі навісного устаткування. Аналіз поточного стану інерційних характеристик при експлуатації АМР дозволить забезпечити стійкий рух вздовж заданої траєкторії, успішне виконання навісним обладнанням технологічних операцій та збереження функціональності робота при діях в наперед невизначених або екстремальних умовах. На етапі проектування аналіз інерційних характеристик АМР дозволить уточнити параметри математичної моделі, вдосконалити алгоритми адаптивного керування та скорегувати команди на виконавчі пристрої. Іл.: 2. Табл.: 2. Бібліогр.: 10 назв.

**Ключові слова:** автономний мобільний робот, інерційні характеристики.

УДК 629.7.615.3

**Метод анализа текущего состояния инерционных характеристик автономного мобильного робота изменяемой конфигурации/ Кошевой Н.Д., Ащепкова Н.С., Лучко А.С. // Вестник НТУ "ХПИ". Вестник НТУ "ХПИ". Серія: Інформатика и моделирование. – Харьков: НТУ "ХПИ". – 2021. – № 2 (6). – С. 5 – 19.**

Рассмотрены особенности динамики автономного мобильного робота (АМР) изменяемой конфигурации при относительном движении навесного оборудования. Анализ текущего состояния инерционных характеристик при эксплуатации АМР позволит обеспечить устойчивое движение вдоль заданной траектории, успешное выполнение навесным оборудованием технологических операций и сохранение функциональности робота при действиях в заранее неопределенных или экстремальных условиях. На этапе проектирования анализ инерционных характеристик АМР позволит уточнить параметры математической модели, усовершенствовать алгоритмы адаптивного управления и скорректировать команды на исполнительные устройства. Ил.: 2. Табл.: 2. Библиогр.: 10 назв.

**Ключевые слова:** автономный мобильный робот, инерционные характеристики.

UDK 629.7.615.3

**Method of analysis of the current state of inertial characteristics of an autonomous mobile robot of variable configuration / Koshevoy N.D., Ashhepkova N.S., Luchko A.S. // Herald of the National Technical University "KhPI". Series of "Informatics and Modeling". – Kharkov: NTU "KhPI". – 2021. – № 2 (6). – P. 5 – 19.**

The features of the dynamics of an autonomous mobile robot (AMR) of variable configuration with the relative movement of attachments are considered. Analysis of the current state of inertial characteristics during AMR operation will ensure stable movement along a given trajectory, successful implementation of technological operations by attachments, and preservation of the robot's functionality when operating under undetermined or extreme conditions. At the design stage, the analysis of the inertial characteristics of the AMR will make it possible to refine the parameters of the mathematical model, improve the algorithms for adaptive control and correct the commands for the actuators. Figs.: 2. Tabl.: 2. Bibliogr.: 10 titles.

**Keywords:** autonomous mobile robot, inertial characteristics.