

УДК 322.2:623.446.4

DOI: 10.20998/2411-0558.2023.01.11

*І. П. ЗАНЕВСЬКИЙ*, д-р техн. наук, проф., зав. каф. інформатики та кінезіології Львівського державного університету фізичної культури ім. Івана Боберського, м. Львів

*Л. Г. ЗАНЕВСЬКА*, канд. наук фіз. вих., доц., доцент кафедри інформатики та кінезіології, Львівського державного університету фізичної культури ім. Івана Боберського, м. Львів

### **ВНУТРІШНЯ БАЛІСТИКА СИСТЕМИ СТІЛА–ЛУК У ПОПЕРЕЧНІЙ ПЛОЩИНІ**

Розроблено механіко–математичну модель системи стріла–лук з урахуванням поздовжнього динамічному згину стріли у поперечній площині. Застосовано метод дослідження системи у формі рівнянь Лагранжа другого роду, побудованих на основі варіаційного принципу Гамільтона. Власні частоти і форми коливань визначено за допомоги модифікованого методу Ньютона із застосуванням рядів Феодосьєва. Лл.: 3. Бібліогр.: 23 назв.

**Ключові слова:** модель; система; стріла; лук; власні частоти, натуральні форми

**Постановка проблеми.** За свою багато тисячолітню історію мисливський лук постійно вдосконалювався й трансформувався з військової у спортивну зброю [1, 2]. Стосовно вогнепальної зброї внутрішня балістика – це комплекс процесів, які відбуваються при пострілі, особливо підчас руху кулі (набою, міни, гранати) каналом ствола [3]. Стосовно спортивного лука (арбалета) внутрішня балістика – це в основному процес спільного руху стріли з тятивою лука плюс положення після відриву стріли від тятиви, перед виходом стріли з площини лука [4].

Конструкції спортивних луків і стріл стрімко вдосконалюються, для їх виробництва застосовують все більш міцні й надійні полімерні матеріали [5]. Ускладнюються правила проведення змагань [6]. Спортивний результат значною мірою залежить від правильного узгодження параметрів системи стріла–лук. Спортивна зброя стає все більш складним приладдям точної механіки. Отож актуальним залишається проблема механіко-математичного моделювання пострілу зі спортивного лука [7].

Питання балістики посідають центральне місце як у військовій, так і в спортивній галузях. Дослідження балістики стріли – одна з головних проблем теорії і практики спортивної стрільби з лука. Зокрема, приділено щільну увагу важливому явищу парадокса лучника, оскільки стріла з тятивою, здавалося б загадковим чином оминають руків'я лука підчас

© І.П. Заневський, Л.Г. Заневська, 2023

спільного руху у поперечній площині. Виявилось, що одночасно відбувається їхній спільний рух у поперечній площині системи, коли стріла втрачає поперечну стійкість, піддаючись поздовжньому динамічному згину [8,9].

Статтю підготовлено на матеріалах теми 2.3 «Теоретико-методологічні основи техніки у спорті» Зведеного плану науково-дослідної роботи Львівського державного університету фізичної культури імені Івана Боберського на 2021 – 2025 рр. (№ держ. реєстрації: 0121U100634).

**Аналіз літератури.** Питанням балістики спортивної та військової зброї приділено певну увагу у дослідженнях авторитетних науковців, результати яких опубліковано у низці наукових статей й матеріалів міжнародних науково-технічних і спортивних конференцій [10 – 12]. Спеціальну увагу приділено умовам збереження рівноваги стрільця з луком, забезпеченню стабільності системи стрілець – лук в процесі прицілювання й випуску тятиви [13, 14]. Поряд із проблемами механіко-математичного моделювання процесів, що супроводжують спортивну вправу пострілу з лука, у центрі уваги знаходяться аспекти фізіологічного й біомеханічного забезпечення дій стрільця підчас виконання пострілу. У медико-біологічних виданнях розглядаються відповідні аспекти спортивної діяльності лучника, його психологічний стан, а також вплив цих питань на змагальний результат [15 – 17].

Спеціальної уваги приділено питанням математичного моделювання механіки блочних луків. Поза тим, що конструкція блочного лука суттєво відрізняється від традиційної конструкції олімпійського лука, до головних проблем балістики цих популярних видів спортивних луків застосовують універсальний підхід розподілу рухів системи стріла – лук на дві частини, а саме, на рухи в проекції на головну площину лука й на його поперечну площину [18 – 20].

З аналізу спеціальної літератури можна зробити висновок, що важлива науково-технічна проблема механіко-математичного моделювання системи стріла – лук розглядається на сьогодні стосовно переміщень у головній площині лука. Відповідних робіт стосовно рухів лука у поперечній площині нами не виявлено, хоча розроблення відповідної механіко-математичного моделі є на часі [21 – 23].

**Метою** статті було створення механіко–математичної моделі системи стріла–лук з урахуванням поздовжнього динамічному згину стріли у поперечній площині.

**Основні результати.** Диференціальні рівняння руху системи *стріла – лук*. Відповідні рівняння Лагранжа другого роду було виведено із використанням принципу Гамільтона:

$$\delta \int_{t_1}^{t_2} (T - V) dt = 0, \quad (1)$$

де  $V$  і  $T$  – потенціальна й кінетична енергія системи (рис. 1, 2):

$$V = \frac{1}{2} \int_0^l EJ (y'')^2 dx + \frac{1}{2} c (y_2 - y_0)^2 - \frac{a}{2} \int_0^l \left[ \rho A \int_0^x (y' - 2u') y' d\chi + m_1 (y' - 2u') y' \right] dx$$

$$T = \frac{1}{2} m_0 \dot{y}_0^2 + \frac{1}{2} \int_0^l \rho A \dot{y}^2 dx + \frac{1}{2} m_1 \dot{y}_1^2 + \frac{1}{2} m_2 \dot{y}_2^2, \quad (2)$$

де  $u$  – початковий вигин осі стріли у проекції на поперечну площину;  $y$  – переміщення осі стріли;  $y_0$  – переміщення гнізда тятиви;  $y_1$  – переміщення наконечника стріли;  $y_2$  – віртуальне переміщення лука;  $E$  – модуль Юнга;  $J$  – осьовий момент інерції поперечного перетину стріли;  $\rho$  – питома маса деревка стріли;  $l$  – довжина стріли;  $A$  – площа поперечного перетину деревка стріли  $m_0$  – маса хвостовика стріли;  $m_1$  – маса наконечника стріли;  $m_2$  – маса лука, приведена до хвостовика стріли;  $(\dot{\phantom{x}})$  – похідна по часу;  $(\prime)$  – похідна по поздовжній координаті  $x$ ;  $EJ$  – прогінна жорсткість стріли на згин. Третина маси тятиви приєднується до хвостовика стріли при її виході з лука.

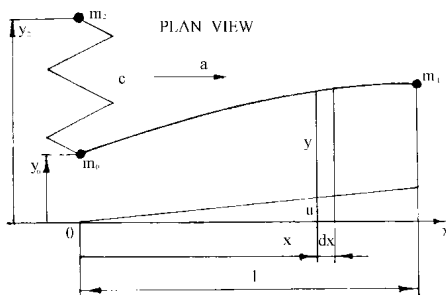


Рис.1. Схема моделі лук-стріла

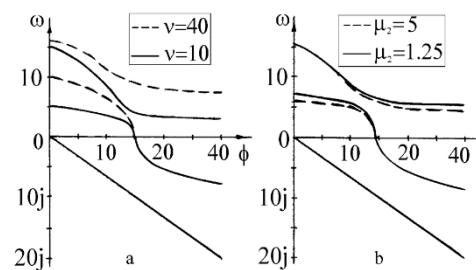


Рис. 2. Графіки власних частот

В результаті підстановки (2) в (1) отримано диференціальні рівняння

$$(EJy'')'' - (FY')' + \rho A \ddot{y} = 0, \quad m_2 \ddot{y}_2 - c(y_0 - y_2) = 0,$$

граничні умови:

$$x=0 \quad y'' = 0, \quad (EJy'')' + (m + m_1)aY' + m_0 \ddot{y}_0 + c(y_0 - y_2) = 0;$$

$$x=l \quad y'' = 0, \quad (EJy'')' + m_1(aY' - \ddot{y}_1) = 0$$

і початкові умови:

$$t=0 \quad y=0, \quad y_2=0, \quad \dot{y}=0, \quad \dot{y}_2=0, \quad (2)$$

де  $m = \int_0^l \rho A dx$  – маса древка стріли;  $Y = y + u$  – загальне переміщення осі

стріли в результаті згину;  $F = -a(m_1 + \int_x^l \rho A dx)$  – сила інерції Даламбера,

яка стикає древко стріли;  $a$  – прискорення поздовжнього переміщення стріли.

**Розв'язання рівнянь руху.** Оскільки параметри поперечного перетину древка стріли циліндричної форми й величина прискорення її поздовжнього руху практично не змінні, розв'язок рівнянь руху системи можна шукати вигляді добутку функції вигину осі стріли й функції часу ( $EJ = \text{const}$ ,  $\rho F = \text{const}$ ):

$$y = \sum_k X_k(x) T_k(t), \quad y_2 = \sum_k L_k T_k(t), \quad (3)$$

де  $X_k(x)$  – власні форми згинних коливань;  $T_k(t)$  – часові функції;  $L_k$  – амплітуди згинних переміщень руків'я лука.

В результаті підстановки цих розв'язків й безрозмірних координат в рівняння (2), було отримано таку систему:

$$X_k^{IV} + \phi[(1 + \mu_1 - \xi)X_k']' - \lambda_k X_k = 0 \quad (4)$$

й граничні умови:

$$\xi=0: L_k = \frac{v X_k}{v - m_2 \lambda_k}; \quad X_k'' = 0,$$

$$X_k''' + \phi(1 + \mu_1)X_k' + \left( v - \mu_0 \lambda_k - \frac{v^2}{v - \mu_2 \lambda_k} \right) X_k = 0;$$

$$\xi=1 \quad X_k'' = 0, \quad X_k''' + \phi \mu_1 X_k' + \mu_1 \lambda_k X_k = 0,$$

де  $\xi = \frac{x}{l}$ ,  $\mu_0 = \frac{m_0}{m}$ ,  $\mu_1 = \frac{m_1}{m}$ ,  $\mu_2 = \frac{m_2}{m}$ ,  $\lambda_k = \frac{\omega_k^2 m l^3}{EI}$ ,  $\nu = \frac{c l^3}{EI}$  – безрозмірні параметри системи стріла – лук;  $\square_k$  – власні кругові частоти,  $\lambda_k$  – власні форми згинів.

Розв'язки для власних форм було записано у формі поліноміального ряду:

$$X_k = \sum_{i=0}^n B_i \xi^i, \quad (5)$$

де  $i$  – номер форми;  $B_i$  – незалежні коефіцієнти.

Після підстановки виразів розв'язань (5) в (4) й проміжних перетворень було отримано систему рекурентних алгебричних рівнянь записаних відносно  $L_k$  і  $B_i$ :

$$\sum_{i=0}^n i(i-1)B_i = 0, \quad \sum_{i=0}^n i(i-1)(i-2)B_i + \varphi \mu_1 \sum_{i=1}^n i B_i + \lambda_k \mu_1 \sum_{i=0}^n B_i = 0, \quad (6)$$

$$\text{де } B_0 = L_k \left( 1 - \frac{\mu_2 \lambda_k}{\nu} \right), \quad B_3 = -\frac{1}{6} \left\{ \varphi(1 + \mu_1) B_1 + \left[ \nu - \mu_0 \lambda_k - \frac{\nu^2}{\nu - \mu_2 \lambda_k} \right] B_0 \right\},$$

$$B_i = \frac{\lambda_k B_{i-4} + \varphi \left[ (i-3)^2 B_{i-3} - (1 + \mu_1)(i-2)(i-3) B_{i-2} \right]}{i(i-1)(i-2)(i-3)} \quad 4 \leq i \leq n.$$

**Власні форми й частоти системи.** При  $L_k=1$  величини власних частот  $\omega_k = \sqrt{\lambda_k}$  обертають детермінант на нуль. Кількісні результати для перших чотирьох власних частот було отримано з використанням двадцяти одного члена ряду (6) при зменшенні величини похибки в кінці ряду до машинного нуля. Форма 2 є кривою з одним вузлом, а форма 3 – з двома вузлами, а форма 4 – з трьома вузлами. Форми 5 ... 20 представляють криві підчас прискореного руху стріли уздовж осі  $Ox$ . Форми 5, 6, 7 і 8 ( $\varphi = 10$ ) представляють криві до і дещо над першою втратою пружної стабільності стріли при  $\varphi=14,79$ . Форма 5 являє собою криву, яка представляє монотонно зростаюче бокове відхилення стріли, як недеформівного стрижня, що є трансформацією форми 1. Форми 6, 7 і 8 можна кваліфікувати як родинні із формами 2, 3, і 4 відповідно, але м'якші з меншими величинами власних частот (рис. 3).

Форми 9, 10, 11 і 12 ( $\varphi = 20$ ) представляють криві моди трохи вищі точки першої втрати пружної стабільності. Стріла втрачає динамічну стабільність зі зміною фази коливань форми 6 на протилежну з перетворенням на форму 10. Форма 5 перетворюється на форму 9 з двома

вузлами. Форма 7 перетворюється на форму 11 з одним вузлом, а форма 12 подібна на форму 8. Форми 13, 14, 15 і 16 (див. рис. 3,  $\phi=50$ ) представляють модальні криві дещо нижчі другої точки втрати пружної стійкості при осьовій силі  $\phi=56.47$ . В якісному сенсі ці форми подібні до форм 9, 10, 11 і 12 відповідно. Форми 9 ... 16 попадають у першу зону пружної нестабільності. Форми 17, 18, 19 і 20 ( $\phi=60$ ) представляють моди трохи вище другої точки втрати динамічної стабільності при зміні фази коливань на протилежну по формі 16 на форму 19. Форма 5 перетворюється на форму 9 з двома вузлами. Форми 17, 18 і 20 подібні до форм 13, 14 і 15.

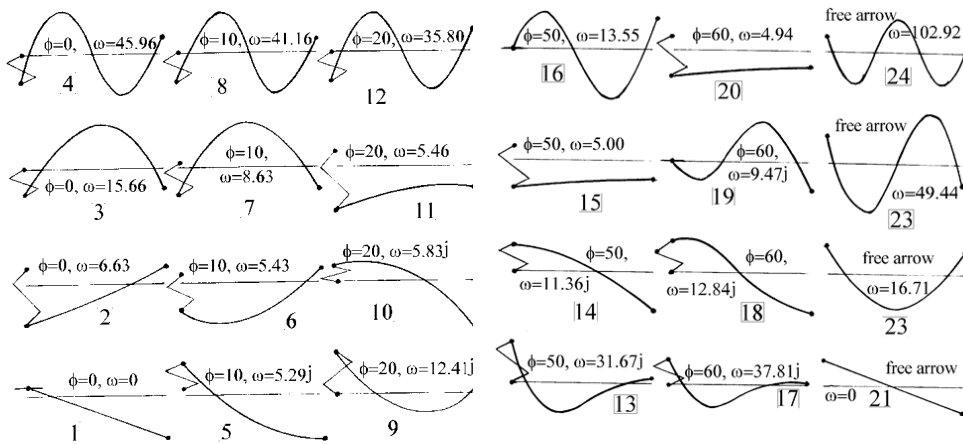


Рис. 3. Власні частоти і форми коливань системи стріла – лук

Форми 21, 22, 23 і 24 представляють моди вільних коливань стріли після її виходу з тятиви. Вони майже симетричні відносно центру мас стріли. Несиметричність пояснюється різними величинами наконечника й хвостовика стріли. Величину асиметрії можна визначити відношенням відстані між серединою стріли та її центром мас до довжини стріли. Віднесення положення центра мас вперед стріли сприяє її динамічній стійкості. Форма 21 ілюструє моду обертового руху навколо центра мас стріли як не формівного твердого тіла. Положення центра мас визначається безрозмірною відстанню:

$$\xi_{cm} = \frac{0,5(\mu_1 - \mu_0)}{1 + \mu_1 + \mu_0}. \quad (7)$$

Наприклад,  $\mu_0=0,05$ ;  $\mu_1=0,25$ ;  $\xi_{cm} = 0,077$ .

З використанням формули (7) перевіряють стрілу на стійкість при дії осьової поздовжньої сили. Розв'язання цієї задачі можливе з

використанням синусоподібних форм коливань, які ідеально задовольняють рівняння коливань і всі граничні умови:  $X_k = \sin k\pi\xi$ . Найменша величина осьової сили за якої відбувається втрата стійкості стріли  $\phi_1 \cong 9.87$  ( $k=1$ ) має форму напівсинусоїди. Величини критичної сили, коли стріла втрачає стійкість визначаються формулою:  $\phi_k = k^2\pi^2$ . Графіки перших двох власних частот показано пунктирними лініями (див. рис. 2). Наведено порівняльні результати залежності власних частот від величини осьової сили ( $\phi=0 \div 2$ ). Критична величина цієї сили за результатами тесту на одну третину менша відповідної сили за результатами моделювання системи стріла – лук. Величина першої власної частоти за результатами тесту знаходиться між величинами першої і другої власних частот системи стріла – лук. Величина другої власної частоти у тесті на одну восьму менша відповідної частоти для моделі системи.

**Висновки.** Проведено аналіз динамічного відхилення стріли по мішенях у спортивній стрільби з лука. Теоретичні дослідження базуються на механіко-математичній моделі системи стріла-лук. Розв'язання математичної задачі отримано чисельним методом послідовних наближень. Бічний прогин стріли при її спільному русі з луком було обчислено шляхом комп'ютерної симуляції математичної моделі. Номінальні параметри внутрішньої балістики лука і стріл показують хорошу кореляцію з відомими експериментальними результатами, отриманими за допомогою відеоаналізу.

В результаті проведеного дослідження отримано наступне.

(1) Теоретичне дослідження системи лука і стріл можна розділити на дві частини. Бічний прогин стріли на порядок-два менший від її поздовжнього переміщення, яке, відповідно, є незалежним від прогину. Результати аналізу даних задачі показують, що похибки, зумовлені поділом системи на дві частини, не перевищують одного відсотка в розподілі енергії системи.

(2) Збільшення сили лука викликає зменшення власних частот стріл. Коли сила досягає критичного значення, частота знижується до нуля, й стріла втрачає свою динамічну стійкість. Її періодичні рухи (коливання) трансформуються в монотонне збільшення вигину стріли, яка відхиляється від заданого напрямку.

(3) Уявні значення власних частот не залежать від параметрів лука. Параметри лука мають істотний вплив на реальні значення власних частот стріл. За решти інших однакових умов жорсткість лука й тязиви впливає на коливання вигину стріли більш істотно, ніж маса лука.

(4) Для правильного узгодження спільного руху з луком стріла повинна завершити близько одного циклу коливань до моменту її

спільного руху з гніздом тятиви. Вигин повинен бути прямо пропорційний масі стріли.

**Список літератури:**

1. *Маковеев, Д.В.* (2019), "Проблема реконструкции чжурчжэньского лука". *История Сибири и Дальнего Востока*, 2019 ГПНТБ СО РАН [www.spsl.nsc.ru](http://www.spsl.nsc.ru) > download > onb\_2 > History-1-2019, С. 209–232. – DOI: 10.24411/1026–8804–2018–10044.
2. *Oliveira, A.* (2019), "The Mechanical Sciences in Leonardo da Vinci's Work". *Advances in Historical Studies*, Vol. 8, pp. 215-38. doi: 10.4236/ahs.2019.85016.
3. *Smith, S.D.* (2018), "Interior ballistics of guns". *Engineering design handbook*. US Army, Material Command, Washington, D.C.
4. *Заневский, И.Ф.* (2012), "Компьютерная модель внутренней баллистики стрелы лука". *Вестник национального технического университета «ХПИ» Информатика и моделирование*. – № 62 (968). – С. 76-82.
5. *Zanevskyy, I. and Zanevska, L.* (2023), "Testing and Tuning of the Sport Archery Bow and Arrow System". *International Journal of Sport Culture and Science*, 2023, Vol. 11(2), pp. 132-49. DOI: 10.14486/IntJSCS.2023.682.
6. "World Archery's rulebook". (2019), *World Archery Federation*, Lausanne, Режим доступу [www URL: https://worldarchery.org/rulebook/](http://www.worldarchery.org/rulebook/) (дата звернення 17.12.2022).
7. *Zanevskyy, I.* (2010), "Mathematical and Computer Model of Sport Archery Bow and Arrow Interaction". *Int. J. Comput. Sci. Sport*.
8. *Callaway, A.J., Wiedlack, J. and Heller, M.* (2017), "Identification of temporal factors related to shot performance for indoor recurve archery". *Education journal of sports sciences*, Vol. 35(12), pp. 1142-7.
9. *Wang, Y., Zhu, W., Di, J. and Hu, X.* (2018), "Study on the analysis method on ballistic performance of deterred propellant with large web size in large caliber artillery". *Defence Technology*, Vol. 14(5), pp. 522-6.
10. *Dong, X., Rui, X., Li, C., Wang, Y. and Fan, L.* (2021), "A calculation method of interior ballistic two-phase flow considering the recoil of gun barrel". *Applied Thermal Engineering*. Vol. 185, 116239, <https://doi.org/10.1016/j.applthermaleng.2020.116239>.
11. *Hu, C. and Zhang, X.* (2019), "Influence of multiple structural parameters on interior ballistics based on orthogonal test methods". *Defence Technology*, Vol. 15(5), pp. 690-697, <https://doi.org/10.1016/j.dt.2019.06.014>.
12. *Dong, X., Rui, X. and Li, C.* (2023), "Interior ballistic two-phase flow model and its calculation for a mixed charge structure". *International Communications in Heat and Mass Transfer*, Vol. 144, 106788 <https://doi.org/10.1016/j.icheatmasstransfer.2023.106788>.
13. *Wu, T.T., Lo, S.L., Chen, H., Yang, J.S. and Peng, H.T.* (2022), "Arch-Support Insoles Benefit the Archery Performance and Stability of Compound Archers". *Int J Environ Res Public Health*, 2022, 19(14), pp. 8424, doi: 10.3390/ijerph19148424.
14. *Wang, D., Hu, T., Luo, R., Shen, Q., Wang, Y., Li, X., Qiao, J., Zhu, L., Cui, L. and Yin, H.* (2022), "Effect of Cognitive Reappraisal on Archery Performance of Elite Athletes: The Mediating Effects of Sport-Confidence and Attention". *Front Psychol.* 2022 Apr 21;13:860817. doi: 10.3389/fpsyg.2022.860817.
15. *Gu, F., Gong, A., Qu, Y., Bao, A., Wu, J., Jiang, C. and Fu, Y.* (2022), "From Expert to Elite? - Research on Top Archer's EEG Network Topology". *Front Hum Neurosci.* Feb 25;16:759330. doi: 10.3389/fnhum.2022.759330.
16. *Zemkova, E. and Zapletalova, L.* (2022), "The Role of Neuromuscular Control of Postural and Core Stability in Functional Movement and Athlete Performance". *Front Physiol.* Feb 24;13:796097. doi: 10.3389/fphys.2022.796097.



17. Zemkova, E. and Kovacikova, Z. (2023), "Sport-specific training induced adaptations in postural control and their relationship with athletic performance." *Front Hum Neurosci*. Jan 12;16:1007804. doi: 10.3389/fnhum.2022.1007804. eCollection 2022.
18. Peters, R.D. (2017), "Archer's compound bow – smart use of nonlinearity". *Mercer University, Department of Physics*. <http://physics.mercer.edu/petepag/combrow.html>.
19. Tinazci, C. (2011), "Shooting dynamics in archery: A multidimensional analysis from drawing to releasing in male archers". *Procedia Engineering*, Vol. 13, pp. 290-6.
20. Sarro, K.J., Viana, T.C. and Leite De Barros, R.M. (2020), "Relationship between bow stability and postural control in recurve archery". *Eur J Sport Science*, Vol. 21(4), pp. 515-20. doi: 10.1080/17461391.2020.1754471.
21. Fokin, R., Abissova, M. and Atoyan, A. (2021), "Tension devices: mathematical modeling and applications in water transport". *Journal of Physics: Conference, Series* 2131 032106, DOI 10.1088/1742-6596/2131/3/032106.
22. Spratford, W. and Campbell, R. (2017), "Postural stability, clicker reaction time and bow draw force predict performance in elite recurve archery". *Eur J Sport Sci*. Vol. 17(5), pp. 539-545. doi: 10.1080/17461391.2017.1285963.
23. Vendrame, E., Belluscio, V., Truppa, L., Rum, L., Lazich, A., Bergamini, E. and Mannini, A. (2022), "Performance assessment in archery: a systematic review". *Sports Biomechanics*, Published online, Mar 29; pp. 1-23. doi: 10.1080/14763141.2022.2049357.

Zanevskyy Ihor, Dr. Sc., Professor, Lviv State University of Physical Culture named after Ivan Boberskyj, Kostyushka str. 11, Lviv, 79007 Ukraine, Tel.: +380685034845, E-mail: [izanevsky@ukr.net](mailto:izanevsky@ukr.net), <https://orcid.org/0000-0002-9326-1167>

Zanevska Lyudmyla, Cand. Sc., Docent Lviv State University of Physical Culture named after Ivan Boberskyj, Kostyushka str. 11, Lviv, 79007 Ukraine Tel.: +380681372243, E-mail: [lzanevska@ukr.net](mailto:lzanevska@ukr.net), <https://orcid.org/0000-0001-9279-2372>

*Статтю представив д.т.н., проф. Національного технічного університету "Харківський політехнічний інститут" В.І. Носков.*

*Надійшла (received) 16.07.2023.*

УДК 322.2:623.446.4

**Внутрішня балістика системи стріла–лук у поперечній площині \ Заневський І.П., Заневська Л.Г.** // Вісник НПУ "ХПІ". Тематичний випуск: Інформатика і моделювання – Харків: НПУ "ХПІ". – № 1 – 2 (9 – 10). – С. 139 – 149

Розроблено механіко–математичну модель системи стріла–лук з урахуванням позовжнього динамічному згину стріли у поперечній площині. Застосовано метод дослідження системи у формі рівнянь Лагранжа другого роду, побудованих на основі варіаційного принципу Гамільтона. Власні частоти і форми коливань визначено за допомоги модифікованого методу Ньютона із застосуванням рядів Феодосєва. Іл.: 3. Бібліогр.: 23 назв.

**Ключові слова:** модель; система; стріла; лук; власні частоти; натуральні форми.

UDC 322.2:623.446.4

**Internal ballistics of the arrow-bow system in the transverse plane \ Zanevskyy I.P., Zanevska L.H.** // Herald of the National Technical University "KhPI". Subject issue: Information Science and Modelling. – Kharkov: NTU "KhPI". – № 1 – 2 (9 – 10). – P. 139 – 149.

A mechanical-mathematical model of the arrow-bow system has been developed, taking into account the longitudinal dynamic bending of the arrow in the transverse plane. The method of studying the system in the form of Lagrange equations of the second kind, constructed on the basis of Hamilton's variation principle, was applied. The natural frequencies and Eigen functions were determined using a modified Newtonian method with use of Feodosiev series. Il.: 3. Bibliogr.: 23 items.

**Keywords:** model; system; arrow; bow; natural frequencies; Eigen functions.