

В. Д. ПАВЛЕНКО, д.т.н., професор, "Одеська політехніка", Одеса,

Д. К. ЛУКАШУК, аспірант, "Одеська політехніка", Одеса

ДОСЛІДЖЕННЯ ТОЧНОСТІ ІНТЕГРАЛЬНИХ МОДЕЛЕЙ ОКУЛО-МОТОРНОЇ СИСТЕМИ

Для математичного моделювання окуло-моторної системи (ОМС) людини використовуються інтегральні нелінійні моделі, які одночасно враховують нелінійні та інерційні властивості об'єкта дослідження. На основі даних експериментальних досліджень ОМС "вхід-вихід" визначаються перехідна та діагональні перетини перехідних функцій другого та третього порядків. Для отримання експериментальних даних застосовується інноваційна технологія айтрекінгу, що дозволяє реєструвати відгуки ока на тестові візуальні стимули. При цьому тестові сигнали відображаються на моніторі комп'ютера з різною відстанню від стартової позиції у напрямку по горизонталі. Мета роботи полягає в дослідженні точності ідентифікації ОМС за даними айтрекінгу шляхом оцінки похибок обчислення багатовимірних перехідних функцій при використанні методів нелінійної динамічної ідентифікації на основі моделей у вигляді рядів та поліномів Вольтерри. Об'єктом дослідження є процес непараметричної ідентифікації ОМС на основі моделей Вольтерри у часовій області. Предметом дослідження є алгоритмічні та програмні засоби обчислення динамічних характеристик ОМС за даними айтрекінга, аналіз точності отриманих моделей при використанні двох методів ідентифікації: апроксимаційного методу та методу найменших квадратів (МНК). Розроблено у середовищі програмування Python засоби нелінійної динамічної ідентифікації ОМС людини на основі рядів та поліномів Вольтерри. Отримано оцінки точності побудованих різних моделей ОМС (лінійної, квадратичної та кубічної) за даними трьох відгуків на тестові сигнали різної амплітуди. Для однакових тестових сигналів отримано однакові моделі у вигляді ряду і поліному Вольтерри, оскільки в області збіжності ряду Вольтерри ці моделі співпадають. Аналіз похибок оцінки динамічних характеристик ОМС продемонстрував, що модель у вигляді інтегрального поліному другої степені, яку побудовано за допомогою МНК на основі трьох відгуків має точність у два рази вище ніж точність аналогічних моделей, побудованих за даними двох відгуків. Таким чином, у подальших дослідженнях психофізіологічного стану людини на основі нелінійних динамічних моделей ОМС за даними трьох відгуків доцільно використовувати модель у вигляді квадратичного поліному Вольтерри. Іл.: 17. Табл. 3. Бібліогр.: 10 назв.

Ключові слова: окуло-моторна система; ідентифікація; інтегральні моделі; ряди Вольтерри; поліноми Вольтерри; перехідні функції; айтрекінг; оцінка точності моделей; психофізіологічний стан.

Вступ.

Технологія відстеження руху очей (Eye-Tracking) в наш час ефективно використовується в діагностичних дослідженнях

нейрофізіологічного стану [1 – 4], при вивченні когнітивних процесів та пам'яті [5], для моніторингу поведінки учнів і навчання [6]. Такі дослідження забезпечують краще розуміння поведінки людини, як свідомої, так і підсвідомої. Знання про рух очей мають важливе теоретичне і прикладне значення, розширює можливості вивчення специфіки багатьох професій з метою підвищення ефективності функціонування суб'єкта трудової діяльності.

Однак, більшість систем на основі технології айтрекінгу, для успішного функціонування вимагають нових методів математичного опису окуло-моторної системи (ОМС) людини і спеціального обладнання для експериментальних досліджень. Для реалізації технології айтрекінгу застосовуються спеціальні прилади для визначення координат руху ока – айтрекери (eyetracker).

Для успішного вирішення задач управління, контролю і діагностики в медичних застосуваннях та експериментальній психології необхідно мати ефективні методи ідентифікації ОМС. Не маючи адекватної математичної моделі ОМС, що враховує індивідуальні властивості людини, неможливо створювати сучасні ефективні методики лікування [1] з розширеним набором персоналізованих можливостей, наприклад, медичні і спортивні тренажери, тестування людино-машинних систем [7], авторизований доступ до даних [8, 9] та ін.

В даній роботі наводяться результати досліджень точності визначення динамічних характеристик ОМС людини з урахуванням її нелінійних та інерційних властивостей, отриманих за експериментальними даними спостережень "вхід-вихід" із застосуванням тестових візуальних стимулів та інноваційної технології айтрекінга для реєстрації відгуків (задача ідентифікації).

Постановка проблеми та аналіз літератури. Для математичного моделювання окуломоторної системи (ОМС) людини використовують інтегральні нелінійні моделі [10 – 11], які одночасно враховують нелінійні та інерційні властивості об'єкта дослідження. Для ідентифікації ОМС визначаються багатовимірні перехідні функції за даними експериментів "вхід-вихід" [11]. Для отримання експериментальних даних застосовується інноваційна технологія айтрекінгу (Eye-tracking), що

дозволяє реєструвати відгуки ока на тестові візуальні стимули. При цьому використовується апроксимаційний метод ідентифікації [12 – 13] для побудови моделі на основі ряду Вольтерри та метод найменших квадратів (МНК) [12, 14 – 16] – для побудови моделі на основі поліному Вольтерри. Методи ідентифікації НДС на основі рядів та поліномів Вольтерри відрізняються методами обчислень і являють собою принципово різні підходи до моделювання НДС [13].

Мета роботи полягає в дослідженні точності ідентифікації ОМС за даними айтрекінгу шляхом оцінки похибок обчислення багатовимірних перехідних функцій при використанні методів нелінійної динамічної ідентифікації на основі моделей у вигляді рядів та поліномів Вольтерри.

Предметом дослідження є алгоритмічні та програмні засоби визначення динамічних характеристик ОМС за даними айтрекінгу, аналіз точності методів ідентифікації.

Теоретичні передумови. В дослідженні використовується апроксимаційний метод ідентифікації [13] для побудови моделі на основі ряду Вольтерри та метод найменших квадратів [11] – для побудови моделі на основі поліному Вольтерри.

Апроксимаційний метод ідентифікації. Апроксимаційний метод ідентифікації НДС (метод лінійних комбінацій відгуків) на основі ряду Вольтерри у часовій області ґрунтується на виділенні з відгуку НДС n -ої парціальної складової (ПС) за допомогою побудови лінійних комбінацій відгуків на тестові сигнали з різними амплітудами. В [12] доведено

Твердження 1. Нехай на вхід НДС по черзі подаються тестові сигнали $a_1x(t), a_2x(t), \dots, a_Nx(t)$, N – ступінь; a_1, a_2, \dots, a_N – різні дійсні числа, відмінні від нуля, які задовольняють умові $|a_j| \leq 1$ для $\forall j=1, 2, \dots, N$; $x(t)$ – довільна функція; тоді лінійна комбінація відгуків системи на ці впливи дорівнює n -ої ПС відгуку на вхідний сигнал $x(t)$ з точністю до відкинутих членів ряду Вольтерри Δ порядку $N+1$ й вище:

$$\sum_{j=1}^N c_j y[a_j x(t)] = y_n[x(t)] + \Delta, \quad (1)$$

де

$$y_n[x(t)] = y_n(t);$$

$$y[a_j x(t)] = \sum_{n=1}^{\infty} a_j^n \int_0^t \dots \int_0^t w_n(t - \tau_1, \dots, t - \tau_n) \prod_{i=1}^n x(\tau_i) d\tau_i;$$

$$\Delta = \sum_{j=1}^N c_j \sum_{n=N+1}^{\infty} y_n[x(t)],$$

якщо c_j – дійсні коефіцієнти такі, що

$$\mathbf{A}_N \mathbf{c} = \mathbf{b}, \quad (2)$$

де

$$\mathbf{A}_N = \begin{bmatrix} a_1 & a_2 & \dots & a_N \\ a_1^2 & a_2^2 & \dots & a_N^2 \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ a_1^N & a_2^N & \dots & a_N^N \end{bmatrix}, \quad \mathbf{c} = \begin{bmatrix} c_1 \\ c_2 \\ \dots \\ c_N \end{bmatrix}, \quad \mathbf{b} = \begin{bmatrix} b_1 \\ b_2 \\ \dots \\ b_N \end{bmatrix},$$

тут $b_l = 1$ при $l = n$; $b_l = 0$ при $l \neq n$, $\forall l \in \{1, 2, \dots, N\}$.

В окремих випадках, маємо розв'язати такі СЛАР:

для $N=2$

$$\begin{bmatrix} a_1 & a_2 \\ a_1^2 & a_2^2 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} c_1^{(1)} \\ c_2^{(1)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix},$$

$$\begin{bmatrix} a_1 & a_2 \\ a_1^2 & a_2^2 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} c_1^{(2)} \\ c_2^{(2)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix};$$

для $N=3$

$$\begin{bmatrix} a_1 & a_2 & a_3 \\ a_1^2 & a_2^2 & a_3^2 \\ a_1^3 & a_2^3 & a_3^3 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} c_1^{(1)} \\ c_2^{(1)} \\ c_3^{(1)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix},$$

$$\begin{bmatrix} a_1 & a_2 & a_3 \\ a_1^2 & a_2^2 & a_3^2 \\ a_1^3 & a_2^3 & a_3^3 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} c_1^{(2)} \\ c_2^{(2)} \\ c_3^{(2)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix},$$

$$\begin{bmatrix} a_1 & a_2 & a_3 \\ a_1^2 & a_2^2 & a_3^2 \\ a_1^3 & a_2^3 & a_3^3 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} c_1^{(3)} \\ c_2^{(3)} \\ c_3^{(3)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}.$$

Система (2) завжди має розв'язок, причому єдиний, оскільки її детермінант тільки множником $a_1 a_2 \dots a_N$ відрізняється від детермінанта Вандермонда. Таким чином, при будь-яких дійсних числах a_j , відмінних від нуля та попарно різних, можна знайти числа c_j , за яких лінійна комбінація (1) з відгуків НДС дорівнює n -му члену ряду Вольтерри з точністю до відкинутих членів ряду. При виконанні вказаних умов формування СЛАР (2), отримуємо співвідношення (1).

При дії на вході системи, що ідентифікується, тестових сигналів у вигляді ступінчатих функцій (функцій Гевісайда – $\theta(t)$) з амплітудами a_1, a_2, \dots, a_N , отримуємо оцінки діагональних перетинів перехідних функцій НДС:

$$\begin{aligned} \hat{h}_n(t, \dots, t) &= \hat{y}_n(t) = \sum_{j=1}^N c_j^{(n)} y(a_j \theta(t)) = \\ &= c_1^{(n)} y_{a_1}(t) + c_2^{(n)} y_{a_2}(t) + \dots + c_N^{(n)} y_{a_N}(t), \quad n = 1, 2, \dots, N; \end{aligned} \quad (3)$$

де $y_{a_j}(t) = y(a_j \theta(t))$ – відгуки НДС на тестовий сигнал з амплітудою a_j .

В окремих випадках маємо:

для $N=2$

$$\hat{h}_1^{(2)}(t) = \hat{y}_1(t) = \sum_{j=1}^2 c_j^{(1)} y(a_j \theta(t)) = c_1^{(1)} y_{a_1}(t) + c_2^{(1)} y_{a_2}(t), \quad (4)$$

$$\hat{h}_2^{(2)}(t, t) = \hat{y}_2(t) = \sum_{j=1}^2 c_j^{(2)} y(a_j \theta(t)) = c_1^{(2)} y_{a_1}(t) + c_2^{(2)} y_{a_2}(t); \quad (5)$$

для $N=3$

$$\hat{h}_1^{(3)}(t) = \hat{y}_1(t) = \sum_{j=1}^3 c_j^{(1)} y(a_j \theta(t)) = c_1^{(1)} y_{a_1}(t) + c_2^{(1)} y_{a_2}(t) + c_3^{(1)} y_{a_3}(t), \quad (6)$$

$$\begin{aligned} \hat{h}_2^{(3)}(t, t) &= \hat{y}_2(t) = \sum_{j=1}^3 c_j^{(2)} y(a_j \theta(t)) = \\ &= c_1^{(2)} y_{a_1}(t) + c_2^{(2)} y_{a_2}(t) + c_3^{(2)} y_{a_3}(t), \end{aligned} \quad (7)$$

$$\hat{h}_3^{(3)}(t, t, t) = \hat{y}_3(t) = \sum_{j=1}^3 c_j^{(3)} y(a_j \theta(t)) = c_1^{(3)} y_{a_1}(t) + c_2^{(3)} y_{a_2}(t) + c_3^{(3)} y_{a_3}(t). \quad (8)$$

Ідентифікація НДС за допомогою метода найменших квадратів.
Метод ідентифікації НДС на основі поліноміальної моделі Вольтерри у часовій області ґрунтується на апроксимації відгуку НДС $y(t)$ на довільний детермінований сигнал $x(t)$ у вигляді інтегростепеневого поліному N -го порядку (N – порядок апроксимаційної моделі):

$$y_N(t) = \sum_{n=1}^N \hat{y}_n(t) = \sum_{n=1}^N \int_0^t \dots \int_0^t w_n(t - \tau_1, \dots, t - \tau_n) \prod_{i=1}^n x(\tau_i) d\tau_i. \quad (9)$$

Справедливе твердження [12].

Твердження 2. Нехай на вхід НДС по черзі подаються тестові сигнали $a_1 x(t)$, $a_2 x(t)$, ..., $a_L x(t)$; a_1, a_2, \dots, a_L – різні дійсні числа, що задовольняють умові $0 < |a_j| \leq 1$ для $\forall j=1, 2, \dots, L$; $x(t)$ – довільний детермінований сигнал, тоді

$$\tilde{y}_N(a_j x(t)) = \sum_{n=1}^N \hat{y}_n(a_j x(t)) = \sum_{n=1}^N a_j^n \int_0^t \dots \int_0^t w_n(t - \tau_1, \dots, t - \tau_n) \prod_{i=1}^n x(\tau_i) d\tau_i \quad (10)$$

$$\prod_{i=1}^n x(\tau_i) d\tau_i = \sum_{n=1}^N a_j^n \hat{y}_n(t) \text{ для } \forall j, j = 1, 2, \dots, L.$$

Парціальні складові в апроксимаційній моделі $\hat{y}_n(t)$ знаходяться за допомогою методу МНК. Це дозволяє отримати такі їх оцінки, при яких сума квадратів відхилень відгуків НДС, що ідентифікується, $y[a_j x(t)]$ від

відгуків моделі $\tilde{y}_N[a_j x(t)]$ буде мінімальною, тобто забезпечує мінімум середньоквадратичного критерію

$$J_N = \sum_{j=1}^L \left(y(a_j x(t)) - \tilde{y}_N(a_j x(t)) \right)^2 = \sum_{j=1}^L \left(y_j(t) - \sum_{n=1}^N a_j^n \hat{y}_n(t) \right)^2 \rightarrow \min, \quad (11)$$

де $y_j(t) = y(a_j x(t))$.

Мінімізація критерію (11) зводиться до вирішення системи нормальних рівнянь Гауса, яку в векторно-матричній формі можна записати у вигляді

$$A' A \hat{y} = A' y, \quad (12)$$

де

$$A = \begin{bmatrix} a_1 & a_1^2 & \dots & a_1^N \\ a_2 & a_2^2 & \dots & a_2^N \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ a_L & a_L^2 & \dots & a_L^N \end{bmatrix}, \quad y = \begin{bmatrix} y_1(t) \\ y_2(t) \\ \dots \\ y_L(t) \end{bmatrix}, \quad \hat{y} = \begin{bmatrix} \hat{y}_1(t) \\ \hat{y}_2(t) \\ \dots \\ \hat{y}_N(t) \end{bmatrix}.$$

З (12), отримуємо

$$\hat{y} = (A' A)^{-1} A' y. \quad (13)$$

Якщо виконати в (13) матричні операції, отримаємо

$$\begin{bmatrix} \hat{y}_1(t) \\ \hat{y}_2(t) \\ \dots \\ \hat{y}_N(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sum_{j=1}^L a_j^2 & \sum_{j=1}^L a_j^3 & \dots & \sum_{j=1}^L a_j^{N+1} \\ \sum_{j=1}^L a_j^3 & \sum_{j=1}^L a_j^4 & \dots & \sum_{j=1}^L a_j^{N+2} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ \sum_{j=1}^L a_j^{N+1} & \sum_{j=1}^L a_j^{N+2} & \dots & \sum_{j=1}^L a_j^{2N} \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} \sum_{j=1}^L a_j y_j(t) \\ \sum_{j=1}^L a_j^2 y_j(t) \\ \dots \\ \sum_{j=1}^L a_j^N y_j(t) \end{bmatrix}. \quad (14)$$

Якщо на вхід системи, що ідентифікується, подавати тестові сигнали у вигляді ступінчатих функцій з амплітудами a_1, a_2, \dots, a_L , отримуємо оцінки перехідних функцій $\hat{h}_1^{(N)}(t)$ та діагональних перетинів перехідних

функцій НДС: $\hat{h}_2^{(N)}(t, t)$, $\hat{h}_3^{(N)}(t, t, t)$, ..., $\hat{h}_N^{(N)}(t, \dots, t)$. Так в окремих випадках маємо:

при $N=1$

$$\hat{h}_1^{(1)}(t) = \hat{y}_1^{(1)}(t) = \frac{\sum_{j=1}^L a_j y_j(t)}{\sum_{j=1}^L a_j^2}; \quad (15)$$

при $N=2$

$$\begin{bmatrix} \hat{h}_1^{(2)}(t) \\ \hat{h}_2^{(2)}(t, t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \hat{y}_1^{(2)}(t) \\ \hat{y}_2^{(2)}(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sum_{j=1}^L a_j^2 & \sum_{j=1}^L a_j^3 \\ \sum_{j=1}^L a_j^3 & \sum_{j=1}^L a_j^4 \end{bmatrix}^{-1} \cdot \begin{bmatrix} \sum_{j=1}^L a_j y_j(t) \\ \sum_{j=1}^L a_j^2 y_j(t) \end{bmatrix}; \quad (16)$$

при $N=3$

$$\begin{bmatrix} \hat{h}_1^{(3)}(t) \\ \hat{h}_2^{(3)}(t, t) \\ \hat{h}_3^{(3)}(t, t, t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \hat{y}_1(t) \\ \hat{y}_2(t) \\ \hat{y}_3(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sum_{j=1}^L a_j^2 & \sum_{j=1}^L a_j^3 & \sum_{j=1}^L a_j^4 \\ \sum_{j=1}^L a_j^3 & \sum_{j=1}^L a_j^4 & \sum_{j=1}^L a_j^5 \\ \sum_{j=1}^L a_j^4 & \sum_{j=1}^L a_j^5 & \sum_{j=1}^L a_j^6 \end{bmatrix}^{-1} \cdot \begin{bmatrix} \sum_{j=1}^L a_j y_j(t) \\ \sum_{j=1}^L a_j^2 y_j(t) \\ \sum_{j=1}^L a_j^3 y_j(t) \end{bmatrix}. \quad (17)$$

Відгуки досліджуваних моделей ОМС у загальному випадку розраховуються на основі виразів:

$$\tilde{y}_j(t) = a_j \hat{y}_1(t) + a_j^2 \hat{y}_2(t) + \dots + a_j^N \hat{y}_N(t), \quad j = \overline{1, L}, \quad (18)$$

або

$$\tilde{y}_j(t) = a_j \hat{h}_1^{(N)}(t) + a_j^2 \hat{h}_2^{(N)}(t, t) + \dots + a_j^N \hat{h}_N^{(N)}(t, \dots, t), \quad j = \overline{1, L}. \quad (19)$$

Результати досліджень. Досліджувались відгуки ОМС на тестові ступінчасті сигнали $x(t)=a_j\theta(t)$ з амплітудами a_j ($j=1, 2, 3$): $a_1=1/3$, $a_2=2/3$, $a_3 = 1$, які застосовувались при побудові моделей Вольтерри [11]. В якості тестових сигналів використовуються візуальні стимули, які відображаються на екрані монітора в горизонтальному напрямку на різних відстанях від стартової позиції, що формально відповідає дії ступінчатих сигналів з різними амплітудами на вході ОМС. Для реєстрації відгуків ОМС застосовуються програмно-апаратні засоби інноваційної технології айтрекінгу. При використанні апроксимаційного методу ідентифікації визначаються моделі на основі ряду Вольтерри Model1.N/x (N -порядок апроксимації, x – кількість тестових сигналів), а при застосуванні МНК – моделі на основі поліному Вольтерри Model2.N/x.

Для ідентифікації ОМС в роботах [13 – 16] здійснюються експериментальні дослідження "вхід-вихід" із застосуванням трьох тестових ступінчатих сигналів з різними амплітудами $a_1 = 1/3$, $a_2 = 2/3$ та $a_3 = 1$. На основі отриманих експериментальних даних за допомогою айтрекера Tobii Pro TX300 (рис. 1) визначаються перехідні функції для моделей Модель1.N та Модель2.N при $N = 1$ (лінійна модель), $N = 2$ (квадратична модель) та $N = 3$ (кубічна модель). Перехідні процеси відгуків ОМС респондента на візуальні стимули різної амплітуди наведені на рис. 2

Інструментальні програмні засоби ідентифікації реалізовано у середовищі програмування Python.

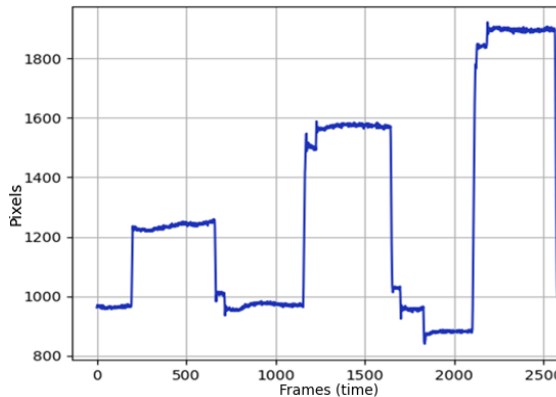


Рис. 1. Відгуки ОМС на візуальні стимули різної амплітуди

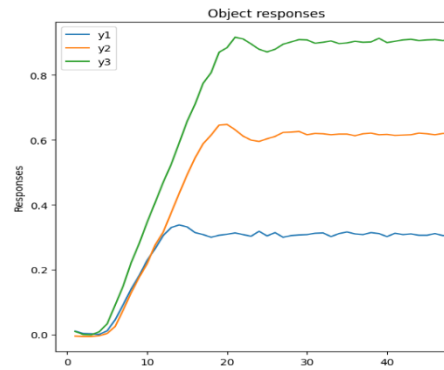


Рис. 2. Перехідні процеси відгуків ОМС на візуальні стимули різної амплітуди

Для оцінки точності побудованих моделей при різних значеннях амплітуд тестових сигналів a_1 , a_2 та a_3 застосовується показник – нормована середньоквадратична похибка (НСКП):

$$\varepsilon_{a_j} = \left(\frac{\sum_{m=0}^M (y_{a_j}(t_m) - \tilde{y}_{a_j}(t_m))^2}{\sum_{m=0}^M y_{a_j}^2(t_m)} \right)^{1/2}, \quad j=1, 2, 3; \quad (20)$$

де $y_{a_j}(t_m)$, $\tilde{y}_{a_j}(t_m)$ – відгуки ОМС та моделі ОМС на тестовий сигнал у вигляді ступінчатої функції з амплітудою a_j , виміряний / обчислений в момент часу t_m (t_M – час спостереження відгуків ОМС); $j = 1, 2, 3$.

Для $N=1$ за даними відгуків $y_{a_1}(t)$ або $y_{a_2}(t)$, або $y_{a_3}(t)$ отримано перехідні функції $\hat{h}_{a_j}(t)$ ($j = 1, 2, 3$), графіки яких наведено на рис. 3. На рис. 4 – 6 представлено графіки відгуків ОМС та відгуків моделей ОМС Модель1.1/1 та Модель2.1/1, побудованих на основі тестових сигналів з різними амплітудами. Для моделей Модель1.1/1 та Модель2.1/1 одержано однакові перехідні функції.

На рис. 7 представлено графіки перехідних функцій моделей Модель2.1/2, які обчислювались за даними двох відгуків: $y_{a_1}(t)$ і $y_{a_2}(t)$, або $y_{a_1}(t)$ і $y_{a_3}(t)$, або $y_{a_2}(t)$ і $y_{a_3}(t)$; та графік перехідної функції моделі

Модель2.1/3, а на рис. 8 – графіки відгуків ОМС та моделі Модель2.1/2, побудованої на основі тестових сигналів з амплітудами a_1 і a_2 , на рис. 9 – з амплітудами a_1 і a_3 , на рис. 10 – з амплітудами a_2 і a_3 . Для моделі Модель1.1 метод ідентифікації не дає змоги обчислити перехідну функцію за даними двох або трьох відгуків [12].

В табл. 1 наведені значення НСКП оцінки відгуків побудованих за допомогою методів ідентифікації моделей ОМС Модель1.1/1 і Модель2.1/1; в табл. 2 – моделей Модель2.1/2 і Модель2.1/3.

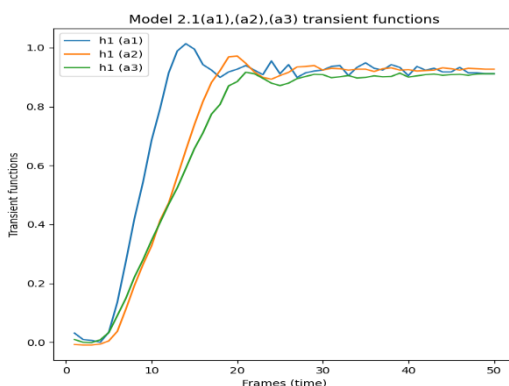


Рис. 3. Перехідні функції у моделей ОМС Модель1.1/1 та Модель2.1/1, побудованих на основі тестових сигналів з амплітудами a_1 ; a_2 ; a_3

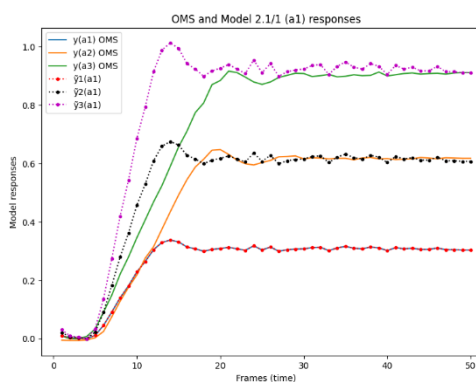


Рис. 4. Відгуки ОМС і моделей Модель1.1/1 та Модель2.1/1, побудованих на основі тестового сигналу з амплітудою a_1

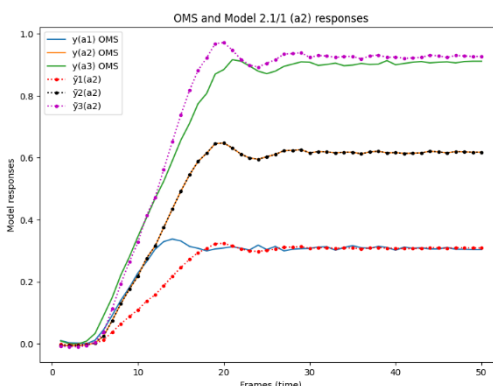


Рис. 5. . Відгуки ОМС і моделей Модель1.1/1 та Модель2.1/1, побудованих на основі тестового сигналу з амплітудою a_2

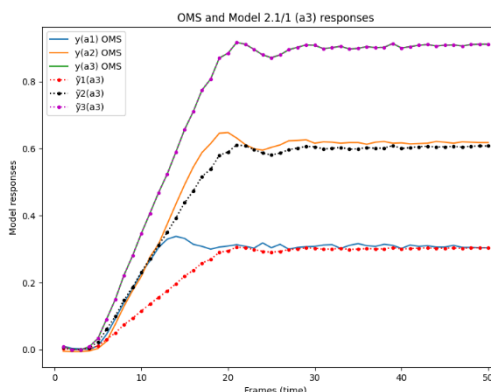


Рис. 6. . Відгуки ОМС і моделей Модель1.1/1 та Модель2.1/1, побудованих на основі тестового сигналу з амплітудою a_3

Таблиця 1

Нормована середньоквадратична похибка оцінки відгуків моделей ОМС
Модель1.1/1 та Модель2.1/1

Амплітуди	$\tilde{y}_1(t)$	$\tilde{y}_2(t)$	$\tilde{y}_3(t)$	Середнє значення	Максимальне значення
a_1	0	0,1817	0,203	0,192	0,203
a_2	0,172	0	0,055	0,114	0,172
a_3	0,185	0,053	0	0,119	0,185

Таблиця 2

Нормована середньоквадратична похибка оцінки відгуків моделей ОМС
Модель2.1/2 та Модель2.1/3

Амплітуди	$\tilde{y}_1(t)$	$\tilde{y}_2(t)$	$\tilde{y}_3(t)$	Середнє значення	Максимальне значення
a_1 і a_2	0,138	0,0363	0,0706	0,0815	0,138
a_1 і a_3	0,167	0,0489	0,0203	0,0786	0,167
a_2 і a_3	0,18	0,0368	0,017	0,0778	0,18
a_1, a_2 і a_3	0,167	0,035	0,0252	0,0757	0,167

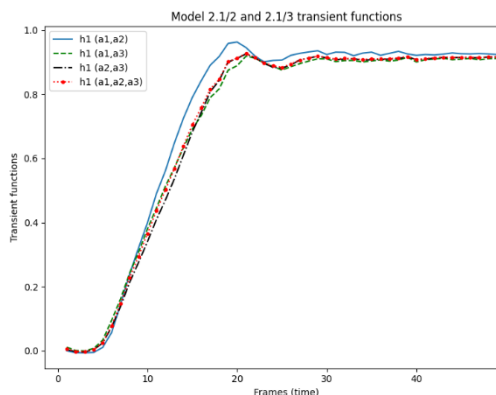


Рис. 7. Перехідні функції моделей ОМС Модель2.1/2, побудованих на основі тестових сигналів з амплітудами: a_1 і a_2 ; a_1 і a_3 ; a_2 і a_3 ; та у Модель2.1/3

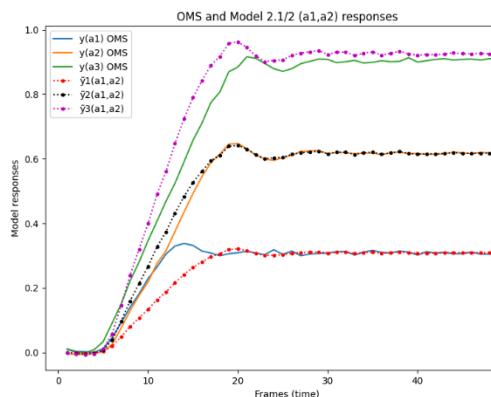


Рис. 8. Відгуки ОМС та моделі Модель2.1/2, побудованої на основі тестових сигналів з амплітудами a_1 і a_2

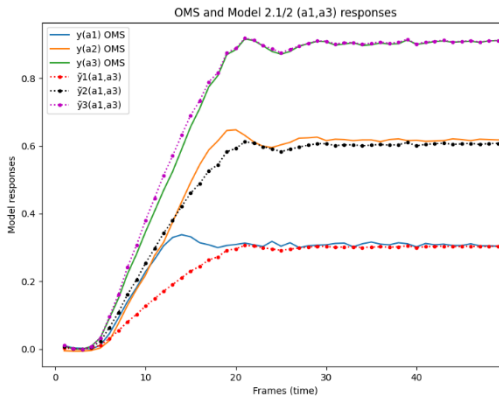


Рис. 9. Відгуки ОМС та моделі Модель2.1/2, побудованої на основі тестових сигналів з амплітудами a_1 і a_3

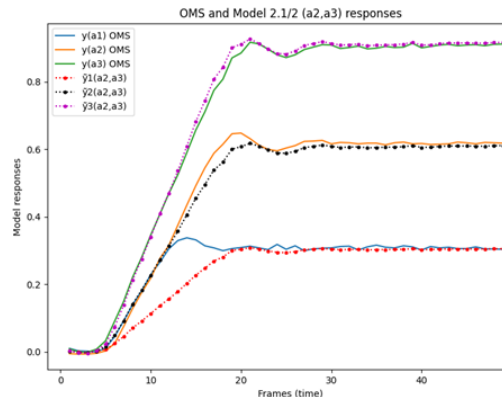


Рис. 10. Відгуки ОМС та моделі Модель2.1/2, побудованої на основі тестових сигналів з амплітудами a_2 і a_3

Для $N=2$ за даними двох відгуків $y_{a_1}(t)$ і $y_{a_2}(t)$, або $y_{a_1}(t)$ і $y_{a_3}(t)$, або $y_{a_2}(t)$ і $y_{a_3}(t)$ отримано відповідні перехідні функції $\hat{h}_{a_j a_k}(t)$ і $\hat{h}_{a_j a_k}(t, t)$, $j, k = 1, 2, 3; j \neq k$. У моделей Модель1.2/2 та Модель2.2/2 для однакових експериментальних даних одержані однакові перехідні функції $\hat{h}_{a_j a_k}(t)$ і $\hat{h}_{a_j a_k}(t, t)$.

На рис. 11 наведено графіки перехідних функцій першого порядку, а на рис. 12 – графіки діагональних перетинів перехідних функцій другого порядку моделей ОМС Модель1.2/2 та Модель2.2/2, які обчислювались за даними двох відгуків: $y_{a_1}(t)$ і $y_{a_2}(t)$, або $y_{a_1}(t)$ і $y_{a_3}(t)$, або $y_{a_2}(t)$ і $y_{a_3}(t)$. На рис. 13 представлено відповідні відгуки ОМС та моделей Модель1.2/2 та Модель2.2/2.

На рис. 14 представлено графіки перехідних функцій $\hat{h}(t)_1$ і $\hat{h}_2(t, t)$ моделі ОМС Модель2.2/3, що були визначені за даними трьох відгуків $y_{a_1}(t), y_{a_2}(t), y_{a_3}(t)$. На рис. 15 наведено графіки відгуків ОМС та моделі Модель2.2/3.

В табл. 3 наведені значення нормованої середньоквадратичної похибки оцінки відгуків побудованих моделей ОМС Модель1.2/2 і Модель2.2/2, та моделі Модель2.2/3.

Для $N = 3$ за даними трьох відгуків $y_{a_1}(t)$, $y_{a_2}(t)$ і $y_{a_3}(t)$, отримано перехідні функції $\hat{h}_1(t)$, $\hat{h}_2(t,t)$ і $\hat{h}_3(t,t,t)$. Для моделей Модель1.3/3 та Модель2.3/3 одержані однакові перехідні функції, причому відгуки моделей практично співпадають з відгуками ОМС для однакових вхідних сигналів.

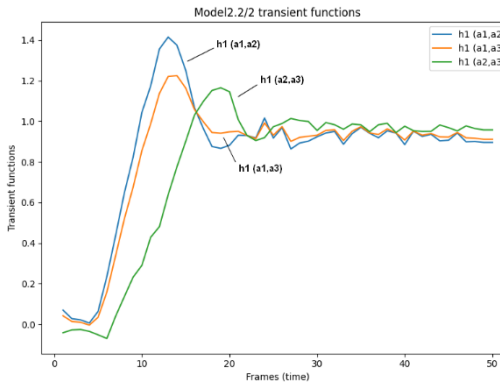


Рис. 11. Перехідні функції першого порядку моделей ОМС Модель1.2/2 та Модель2.2/2

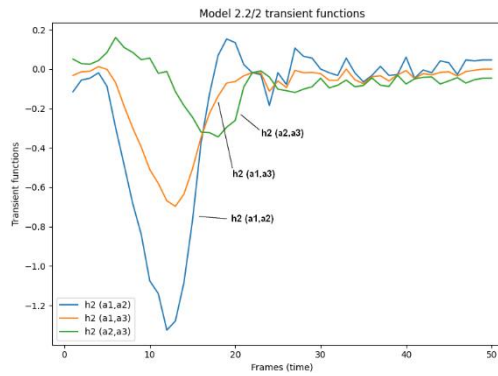


Рис. 12. Діагональні перетини перехідних функцій другого порядку моделей ОМС Модель1.2/2 та Модель2.2/2

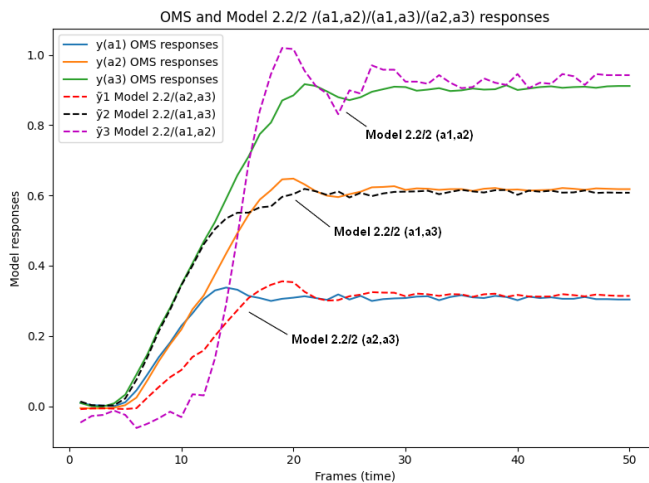


Рис. 13. Відгуки ОМС і моделей Модель1.2/2 та Модель2.2/2, побудованих на основі тестових сигналів з амплітудами a_1 і a_2 ; a_1 і a_3 ; a_2 і a_3

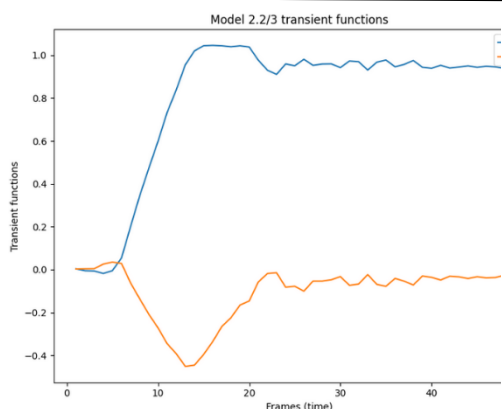


Рис. 14. Перехідні функції моделі ОМС Модель2.2/3

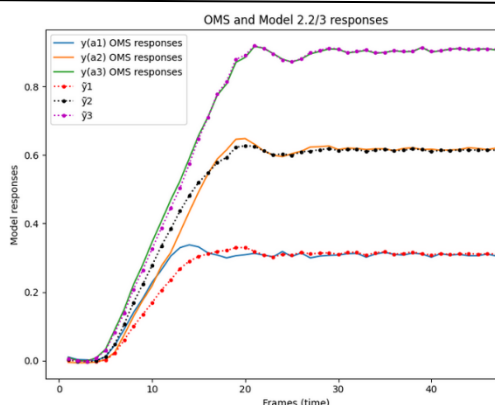


Рис. 15. Відгуки ОМС та моделі Модель2.2/3

На рис. 14 представлено графіки перехідних функцій $\hat{h}_1(t)$ і $\hat{h}_2(t,t)$ моделі ОМС Модель2.2/3, що були визначені за даними трьох відгуків $y_{a_1}(t), y_{a_2}(t), y_{a_3}(t)$. На рис. 15 наведено графіки відгуків ОМС та моделі Модель2.2/3.

В табл. 3 наведені значення нормованої середньоквадратичної похибки оцінки відгуків побудованих моделей ОМС Модель1.2/2 і Модель2.2/2, та моделі Модель2.2/3.

Для $N=3$ за даними трьох відгуків $y_{a_1}(t), y_{a_2}(t)$ і $y_{a_3}(t)$, отримано перехідні функції $\hat{h}_1(t), \hat{h}_2(t,t)$ і $\hat{h}_3(t,t,t)$. Для моделей Модель1.3/3 та Модель2.3/3 одержані однакові перехідні функції, причому відгуки моделей практично співпадають з відгукми ОМС для однакових вхідних сигналів.

Таблиця 3
Нормована середньоквадратична похибка оцінки відгуків моделей ОМС

Амплітуди	$\tilde{y}_1(t)$	$\tilde{y}_2(t)$	$\tilde{y}_3(t)$	Середнє значення	Максимальне значення
Модель1.2/2 і Модель2.2/2					
a_1 і a_2	0	0	0,190	0,190	0,190
a_1 і a_3	0	0,091	0	0,091	0,091
a_2 і a_3	0,173	0	0	0,173	0,173
Модель2.2/3					
a_1, a_2 і a_3	0,082	0,043	0,010	0,045	0,082

На рис. 16 наведено діаграму порівняльного аналізу похибок за критерієм НСКП, побудованих за допомогою програмних засобів ідентифікації моделей ОМС: Модель2.1/1, Модель2.1/2, Модель2.1/3; на рис. 17 – для моделей Модель2.2/2, Модель2.2/3 (за середніми значеннями).

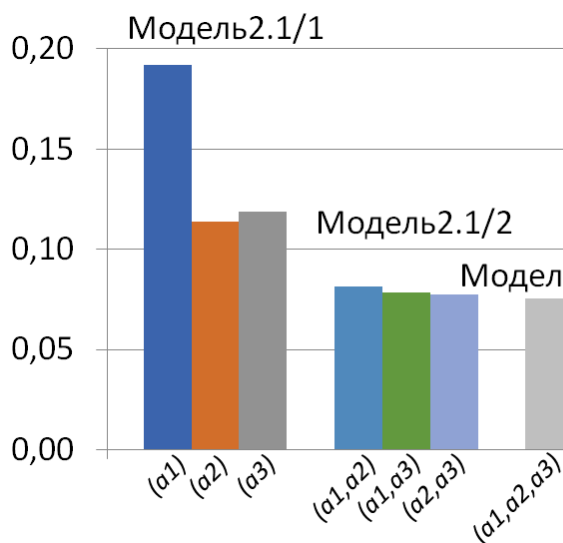


Рис. 16. Порівняльний аналіз середніх значень похибок моделей ОМС: Модель2.1/1, Модель2.1/2, Модель2.1/3

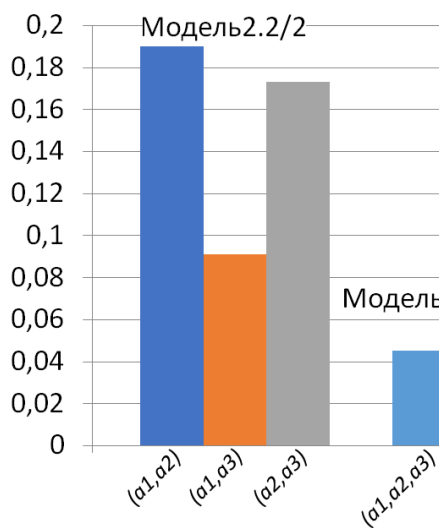


Рис. 17. Порівняльний аналіз середніх значень похибок моделей ОМС: Модель2.2/2, Модель2.2/3

Висновки. За допомогою розроблених у середовищі Python програмних засобів нелінійної динамічної ідентифікації ОМС людини на основі рядів та поліномів Вольтерри визначено за даними айтрекінгу динамічні характеристики ОМС у вигляді багатовимірних перехідних функцій: перехідної функції першого порядку та діагональних перетинів перехідних функцій другого і третього порядків. Отримано оцінки точності побудованих різних моделей ОМС (лінійної, квадратичної та кубічної) за даними трьох відгуків на тестові сигнали різної амплітуди. Для однакових тестових сигналах отримано однакові моделі у вигляді ряду і поліному Вольтерри, оскільки в області збіжності ряду Вольтерри ці моделі співпадають. Аналіз похибок оцінки динамічних характеристик

ОМС продемонстрував, що модель у вигляді поліному другої степені, яку побудовано за допомогою МНК на основі трьох відгуків, має похибку в 2 рази меншу ніж похибки аналогічних моделей, побудованих за даними двох відгуків.

References:

1. Opwonya J., Doan D.N.T., Kim S.G. et al. (2022), "Saccadic Eye Movement in Mild Cognitive Impairment and Alzheimer's Disease: A Systematic Review and Meta-Analysis", *Neuropsychol Rev*, 32, pp. 193–227; <https://doi.org/10.1007/s11065-021-09495-3>
2. Jansson D., Rosén O., and Medvedev A. (2015), "Parametric and nonparametric analysis of eye-tracking data by anomaly detection", *IEEE Transaction control system technology*, 23, pp. 1578–1586; doi:10.1109/TSCT.2014.2364958
3. Bro V., Medvedev A. (2023), "Continuous and Discrete Volterra-Laguerre Models with Delay for Modeling of Smooth Pursuit Eye Movements", *IEEE Transactions on Biomedical Engineering*, 70(1), pp. 97–104.
4. Lanata L., Sebastian L., Di Gruttola F., Di Modica S., Scilingo E.P., and Greco A. (2020) "Nonlinear Analysis of Eye-Tracking Information for Motor Imagery Assessments", *Frontiers in Neuroscience*, 2020, 13:1431; doi: 10.3389/fnins.2019.01431.
5. Keehn B., Monahan P., Enneking B., et al. (2024), "Eye-Tracking Biomarkers and Autism Diagnosis in Primary Care", *JAMA Netw Open*;7(5) : e2411190, pp.1-14; doi:10.1001/jamanetworkopen.2024.11190
6. Weiss K., Kolbe M., Lohmeyer Q., and Meboldt M. (2023) "Measuring teamwork for training in healthcare using eye tracking and pose estimation", *Front. Psychol.* 14: 1169940, pp.1–12; <https://doi.org/10.3389/fpsyg.2023.1169940>
7. Sun W., Wang Y., Hu B., and Wang Q. (2024), "Exploration of Eye Fatigue Detection Features and Algorithm Based on Eye-Tracking Signal", *Electronics* 13, No. 10: 1798, pp.1–19; <https://doi.org/10.3390/electronics13101798>
8. Griffith H., Lohr D., Abduhin E., and Komogortsev O. (2021), "GazeBase, a large-scale, multi-stimulus, longitudinal eye movement dataset", *Scientific Data, Nature*, 8 (13): 1–9; <https://doi.org/10.1038/s41597-021-00959-y>
9. Yin Jinghui, Sun Jiande, Li Jing, and Liu Ke (2022), "An Effective Gaze-Based Authentication Method with the Spatiotemporal Feature of Eye Movement", *Sensors*, 22, 3002: 1–18; <https://doi.org/10.3390/s22083002>
10. Doyle F.J., Pearson R.K., and Ogunnaike B.A. (2001), "Identification and Control Using Volterra Models", *Communications and Control Engineering*. Springer, London, 314 p.
11. Pavlenko V., Milosz M., and Dzienkowski M. (2020), "Identification of the oculo-motor system based on the Volterra model using eye tracking technology", 4th Int. Conf. on Applied Physics, Simulation and Computing (APSAC'2020) 23-25 May, Rome, Italy. *Journal of Physics: Conference Series*, Vol. 1603, pp. 1–8; doi:10.1088/1742-6596/1603/1/012011
12. Pavlenko V., Pavlenko S. (2018), "Deterministic identification methods for nonlinear dynamical systems based on the Volterra model", *Applied Aspects of Information Technology*, Vol. 01, No. 01, pp. 9–29; doi://10.15276/aait.01.2018.1
13. Pavlenko V., Shamanina T., and Chori, V. (2022), "Biometric Identification based on the Multidimensional Transient Functions of the Human Oculo-Motor System", *J. Phys.: Conference Series*, 2162, 012024, pp. 1–9; doi: 10.1088/1742-6596/2162/1/012024

14. Pavlenko V., Shamanina T. and Chori V. (2021), “Nonlinear dynamics identification of the oculo-motor system based on eye tracking data”. *International Journal of Circuits, Systems and Signal Processing*; Vol. 15: 569–577; doi: <https://doi.org/10.46300/9106.2021.15.63>.
15. Pavlenko V., Shamanina T. (2023), “Eye-Tracking Technology in Smart System for Monitoring of Human’s Psychophysiological States”, *Lecture Notes in Networks and Systems*, 629 LNNS, pp. 344–353.
16. Pavlenko V.D., Shamanina T.V., and Chori V.V. (2023), “Application of Nonlinear Dynamic Models of the Oculo-Motor System in Diagnostic Studies in Neurosciences”, *Journal of Neuroscience and Neurological Disorders*. Vol. 7, Issue 2, pp. 126–133; <https://www.neuroscijournal.com/articles/jnnd-aid1086.pdf>

Статтю представив д-р. техн. наук, проф. НТУ "ХПІ" О. А. Серков.

Надійшла (Received) 27.05.2024

Pavlenko Vitaliy, Dr.Sci.Tech, Professor
Odesa Polytechnic National University
Shevchenko ave., 1, Odesa, Ukraine, 65044
Tel./phone: +3(8-048) 705-8-436, e-mail: pavlenko_vitalij@ukr.net
ORCID ID: 0000-0002-5655-4171

Lukashuk Denys, PhD student
Odesa Polytechnic National University
Shevchenko ave., 1, Odesa, Ukraine, 65044
Tel./phone: +3(8-050) 066-02-77, e-mail: user111228322@gmail.com
ORCID ID: 0009-0003-3149-3741

УДК 004.942

Дослідження точності інтегральних моделей окуло-моторної системи / Павленко В.Д., Лукашук Д.К. // Вісник НТУ "ХПІ". Серія: Інформатика та моделювання. – Харків: НТУ "ХПІ". – 2024. – № 1 – 2 (11 – 12). – С. 41 – 60.

Для математичного моделювання окуло-моторної системи (ОМС) людини використовуються інтегральні нелінійні моделі, які одночасно враховують нелінійні та інерційні властивості об'єкта дослідження. На основі даних експериментальних досліджень ОМС "вхід-вихід" визначаються перехідна та діагональні перетини перехідних функцій другого та третього порядків. Для отримання експериментальних даних застосовується інноваційна технологія айтрекінгу, що дозволяє реєструвати відгуки ока на тестові візуальні стимули. При цьому тестові сигнали відображаються на моніторі комп'ютера з різною відстанню від стартової позиції у напрямку по горизонталі. Мета роботи полягає в дослідженні точності ідентифікації ОМС за даними айтрекінгу шляхом оцінки похибок обчислення багатовимірних перехідних функцій при використанні методів нелінійної динамічної ідентифікації на основі моделей у вигляді рядів та поліномів Вольтерри. Об'єктом дослідження є процес непараметричної ідентифікації ОМС на основі моделей Вольтерри у часовій області. Предметом дослідження є алгоритмічні та програмні засоби обчислення динамічних характеристик ОМС за даними айтрекінга, аналіз точності отриманих моделей при використанні двох методів ідентифікації: апроксимаційного методу та методу найменших квадратів (МНК). Розроблено у середовищі програмування Python засоби нелінійної динамічної ідентифікації ОМС людини на основі рядів та поліномів Вольтерри. Отримано оцінки точності побудованих різних моделей ОМС (лінійної, квадратичної та кубічної) за даними трьох відгуків на тестові сигнали різної амплітуди. Для однакових тестових сигналів отримано однакові моделі у вигляді ряду і поліному Вольтерри, оскільки в області збіжності ряду Вольтерри ці моделі співпадають. Аналіз похибок оцінки динамічних характеристик ОМС продемонстрував, що модель у вигляді інтегрального поліному другої степені, яку побудовано за допомогою МНК на основі трьох відгуків має точність у два рази вище ніж точність аналогічних моделей, побудованих за даними двох відгуків. Таким чином, у подальших дослідженнях психофізіологічного стану людини на основі нелінійних динамічних моделей ОМС за даними трьох відгуків доцільно використовувати модель у вигляді квадратичного поліному Вольтерри. Іл.: 17. Табл. 3. Бібліогр.: 10 назв.

Ключові слова: окуло-моторна система, ідентифікація, інтегральні моделі, ряди Вольтерри, поліноми Вольтерри, перехідні функції, айтрекінг, оцінка точності моделей, психофізіологічний стан

UDC 004.942

Investigation of the accuracy of integral models of the oculo-motor system / Pavlenko V.D., Lukashuk D.K. // Herald of the National Technical University "KhPI". Series of "Informatics and Modeling". – Kharkov: NTU "KhPI". – 2024. – № 1 – 2 (11 – 12). – P. 41 – 60.

For mathematical modeling of the human oculomotor system (OMS), integral nonlinear models are used, which simultaneously take into account the nonlinear and inertial properties of the research object. Based on the data of experimental studies of the OMS "input-output", transient and diagonal intersections of transient functions of the second and third orders are determined. To obtain experimental data, an innovative eye tracking technology is used, which allows recording eye responses to test visual stimuli. Thus test signals are displayed on the computer monitor at different distances from the starting position in the horizontal direction. The aim of the research is to study the accuracy of OMS identification using eye-tracking data

by evaluating the calculation errors of multidimensional transient functions when using methods of nonlinear dynamic identification based on models in the form of Volterra series and polynomials. The object of the study is the process of nonparametric identification of the OMS based on Volterra models in the time domain. The subject of the research is algorithmic and software tools for calculating the dynamic characteristics of OMS based on eye-tracking data, analyzing the accuracy of the obtained models using two identification methods: the approximation method and the least squares method (LSM). The means of nonlinear dynamic identification of the human OMS based on Volterra series and polynomials were developed in the Python programming environment. The accuracy estimates of various OMS (linear, quadratic, and cubic) models were obtained based on data from three responses to test signals of different amplitudes. For the same test signals, the same models in the form of the Volterra series and polynomials were obtained, as these models coincide in the region of convergence of the Volterra series. The analysis of errors in the assessment of the dynamic characteristics of the OMS demonstrated that the model in the form of an integral polynomial of the second degree, which was built using the LSM based on three responses, has an accuracy twice as high as the accuracy of similar models built using the data of two responses. Thus, in further studies of the psychophysiological state of a person based on nonlinear dynamic models of the OMS according to the data of three responses, it is advisable to use a model in the form of a quadratic Volterra polynomial. Figs.: 17. Tabl. 3. Refs.: 10 titles.

Keywords: oculo-motor system, identification, integral models, Volterra series, Volterra polynomials, transient functions, eye-tracking, model accuracy assessment, psychophysiological state